



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Metodología con base en macroelementos para  
la evaluación de resistencia y mecanismos  
de colapso de iglesias antiguas de mampostería

**Dr. Juan Miguel Meza Méndez**

**Dr. Fernando Peña Mondragón**  
Asesor



Ciencia Nueva  
Sistema de Posgrado UNAM

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: ROBERTO MELI PIRALLA

Secretario: GUSTAVO AYALA MILIAN

Vocal: FERNANDO PEÑA MONDRAGÓN

1 er. Suplente: AMADOR TERÁN GILMORE

2 d o. Suplente: AGUSTÍN ORDUÑA BUSTAMANTE

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: POSGRADO DE INGENIERÍA - UNAM

**TUTOR DE TESIS:**

FERNANDO PEÑA MONDRAGÓN

---

**FIRMA**

## Agradecimientos

Al **Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)**, por la beca otorgada durante la realización de mis estudios de doctorado.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, al posgrado de Ingeniería y al Instituto de Ingeniería particularmente, por permitirme el uso de sus instalaciones.

A mi tutor Dr. Fernando Peña Mondragón y a los miembros del Comité Tutorial por sus revisiones y comentarios: Dr. Roberto Meli Piralla, Dr. Gustavo Ayala Milian, Dr. Agustín Orduña Bustamante y al Dr. Amador Terán Gilmore.

A mi esposa Georgina Sevilla Rubio por apoyarme en todo el tiempo que hemos estado juntos.

A mis padres, hermanos y amigos.

# Índice

<b>Capítulo 1</b>	<b>Introducción</b> .....	2
<b>Capítulo 2</b>	<b>Elementos arquitectónicos y estructurales de las iglesias coloniales en México</b> .....	4
	2.1. Arquitectura de los siglos XVI, XVII y XVIII .....	4
	2.2. Configuración de los conjuntos conventuales de México .....	5
	2.2.1. El edificio conventual .....	6
	2.2.2. Templo .....	6
	2.2.3. Atrio .....	6
	2.2.4. La capilla abierta .....	6
	2.2.5. Capillas posas .....	7
	2.3. Componentes arquitectónicos del templo .....	7
	2.3.1. Fachada .....	7
	2.3.2. Coro .....	8
	2.3.3. Nave .....	8
	2.3.4. Transepto .....	8
	2.3.5. Ábside .....	8
	2.4. Elementos estructurales básicos de los templos .....	9
	2.4.1. Cimentación .....	9
	2.4.2. Muros .....	9
	2.4.3. Bóvedas y sus variantes .....	10
	2.4.3.1. Bóveda de cañón o de medio punto .....	10
	2.4.3.2. Bóveda de lunetos .....	11
	2.4.3.3. Bóveda de arista .....	11
	2.4.3.4. Bóveda de crucería .....	12
	2.4.3.5. Bóveda de rincón de claustro o claustral .....	12
	2.4.3.6. Bóveda vaída .....	13
	2.4.3.7. Bóveda esférica o cúpula .....	13
	2.5. La mampostería usada en los templos religiosos de la época Virreinal .....	14
	2.5.1. Materiales de la mampostería .....	15
	2.5.2. Modelado del comportamiento mecánico de la mampostería .....	16
<b>Capítulo 3</b>	<b>Macroelementos de una iglesia</b> .....	20
	3.1. Concepto del macroelemento .....	20
	3.2. Modelo numérico del macroelemento .....	22
	3.3. Estudios previos de daños para establecer los macroelementos de las iglesias de México .....	22
	3.4. Procedimiento para delimitar los macroelementos de una iglesia .....	24
	3.4.1. Preseccionamiento de la iglesia .....	27
	3.4.2. Asociación de los modos de vibrar con cada sección de la iglesia .....	28
	3.4.3. Propuesta de los macroelementos de una iglesia .....	30
	3.4.4. Verificación modal de los macroelementos .....	31
	3.4.5. Corrección de macroelementos .....	34
	3.5. Comentarios del capítulo .....	34

<b>Capítulo 4</b>	<b>El concepto de energía como parámetro de evaluación estructural</b> .....	36
	4.1. Antecedentes .....	36
	4.2. Energía elástica .....	37
	4.2.1. Formulación propuesta para calcular la demanda de energía elástica .....	38
	4.2.2. Fórmula para calcular la energía de entrada elástica para cada sección de una iglesia .....	39
	4.3. Energía inelástica .....	40
	4.4. Validación de la formulación para la energía de entrada elástica y del factor de energía .....	41
	4.4.1. Comparación de la energía elástica de las secciones y de los macroelementos de la iglesia .....	43
	4.5. Comentarios del capítulo .....	45
<b>Capítulo 5</b>	<b>Determinación de la falla de una iglesia a través del concepto de energía</b> .....	46
	5.1. Criterio para determinar la falla estructural usando el concepto de energía .....	46
	5.2. Ejemplos para mostrar la evaluación de la falla estructural .....	47
	5.2.1. Descripción de los modelos .....	47
	5.2.2. Demanda sísmica .....	48
	5.2.3. Evaluación de la demanda de energía .....	49
	5.2.4. Evaluación del daño y la falla estructural .....	51
	5.3. Comentarios del capítulo .....	58
<b>Capítulo 6</b>	<b>Método propuesto para evaluar el daño de las iglesias</b> .....	59
	6.1. Descripción del método .....	59
	6.2. Aplicación del método a un ejemplo .....	60
	6.2.1. Preseccionamiento del modelo .....	60
	6.2.2. Propuesta y revisión modal de los macroelementos .....	61
	6.2.3. Corrección de los macroelementos Fachada y Nave .....	62
	6.2.4. Energía por sección de la iglesia .....	63
	6.2.5. Energía de entrada elástica por macroelemento .....	64
	6.2.6. Evaluación del daño de la iglesia a través de sus macroelementos .....	66
	6.2.7. Comparación de los resultados del método con los del análisis de la iglesia completa .....	68
	6.2.8. Comentarios del capítulo .....	70
<b>Capítulo 7</b>	<b>Evaluación del daño de una iglesia típica de Puebla a escala</b> .....	71
	7.1. Modelo experimental en mesa vibradora .....	71
	7.1.1. Descripción y propiedades del modelo .....	71
	7.1.2. Movimiento sísmico de demanda .....	72
	7.1.3. Daños del modelo experimental .....	72
	7.2. Evaluación del modelo a través del método propuesto .....	73
	7.2.1. Preseccionamiento del modelo .....	73
	7.2.2. Propuesta y revisión modal de los macroelementos .....	74
	7.2.3. Corrección de macroelementos .....	75
	7.2.4. Energía de entrada por sección de la iglesia .....	76
	7.2.5. Energía de entrada elástica por macroelemento .....	78
	7.2.7. Evaluación del daño de la iglesia a través de sus macroelementos .....	80
	7.3. Comentarios del capítulo .....	81
<b>Capítulo 8</b>	<b>Conclusiones y recomendaciones</b> .....	82
<b>Referencias</b>	.....	84

## **RESUMEN**

En esta tesis se propone una metodología para evaluar el daño de las iglesias coloniales de México a través del concepto de macroelemento. Una de las principales aportaciones es el de establecer un procedimiento para delimitar los macroelementos de una iglesia y el de usar el concepto de energía para evaluar el comportamiento y daño estructural de este tipo de edificios. Utilizando ambos conceptos se tiene la posibilidad de analizar las iglesias por partes para conocer su desempeño global ante un sismo; además, la interpretación de resultados se prevé más sencilla. Las iglesias muestran la recurrencia de ciertas partes arquitectónicas/estructurales, como fachada, nave, ábside, transepto, que permiten establecer tipologías con base en la distribución espacial de estos elementos y que dan lugar a distintas plantas arquitectónicas. Considerando esta particularidad se puede comparar el comportamiento de partes similares de distintas iglesias y crear tablas de daños frecuentes. En esta tesis, se hace una breve introducción del concepto de energía, sus antecedentes y las ecuaciones que se emplean para calcularla. Además, se muestra su uso para determinar la falla estructural de una iglesia. Para mostrar los pasos de la metodología propuesta se analiza una iglesia tipo, de una nave, y un modelo a escala de una iglesia tipo de Puebla, que fue ensayada en una mesa vibradora con fines de investigación. Con este último modelo se comparan los resultados obtenidos por medio de la metodología con los que se presentó del ensaye.

## **ABSTRACT**

In this thesis is proposed a methodology in order to assess the damage of colonial churches of Mexico through macroelement concept. One of the main contributions is to establish a procedure to delimit the macroelement and to apply the concept of energy in order to evaluate the performance and the structural damage of churches. Using both concepts, it is possible to know the overall performance of the church and the interpretation of results is easier. Churches show the recurrence of certain architectural / structural parts as facade, nave, apse, transept, which let to establish typologies based on configurations of architectural plants and compare behaviors of similar parts of the churches. Based on these features, tables of damages can be created. Background of structural energy and the equations used to calculate the input energy are showed. Criteria are proposed in order to determine the structural failure of a church through the concept of energy. To show the steps of the proposed methodology, a typical church of one nave, and a scaled church, typical of Puebla, tested on a shaking table for research are studied. The results of the assay are compared to the obtained results using the methodology.

# 1. Introducción

En años recientes se ha hecho más evidente el interés por proteger los edificios religiosos antiguos, en particular, las iglesias de mampostería sin refuerzo. Las iglesias se consideran parte importante de los lugares donde están construidas debido a su valor religioso y cultural. Además, desde el punto de vista ingenieril, estos edificios son importantes porque ahí se reúnen personas que buscan apoyo espiritual, representan las primeras ideas estructurales y arquitectónicas durante la época Colonial y porque generalmente resguardan obras de gran valor religioso.

Las iglesias fueron diseñadas como estructuras de gravedad (García, 2007), por lo que su resistencia a compresión generalmente no es un problema para el comportamiento estructural. Sin embargo, las iglesias que se localizan en zonas sísmicas deben resistir fuerzas impuestas por los temblores además de las gravitatorias. Esta combinación de fuerzas puede generar tanto tensiones como compresiones en los elementos estructurales. Por lo general, la mampostería antigua tiene una resistencia a tensión menor que la de compresión por la falta de refuerzo interior. Además, debido a la diversidad de mamposterías encontrada en las iglesias es complicado establecer una resistencia estándar a tensión. Esta característica dependerá del proceso constructivo de la mampostería y del material disponible en la zona. Por lo tanto, la incertidumbre de la capacidad del material, la ocurrencia aleatoria de los sismos y el estado actual de las iglesias hacen necesarias revisiones estructurales frecuentes para asegurar su estabilidad estructural después de un sismo.

Tomando en cuenta las incertidumbres del material de la mampostería y la compleja geometría de las iglesias, no es fácil tratar con un análisis dinámico no lineal mediante programas de elemento finitos, aún con los programas de análisis y capacidad de cómputo actuales. La mampostería es uno de los materiales más diversos y difíciles para ser representados numéricamente en un solo modelo, debido a la variabilidad de su comportamiento anisótropo, tipo de material y de fabricación. Esta característica del material junto a que las iglesias suelen ser representadas mediante una gran cantidad de elementos finitos provoca que un análisis inelástico sea demandante de recursos computacionales, tomando varios días, incluso semanas (Lourenço, 2006).

Hoy en día se ha tratado de reducir el tiempo de evaluación estructural de una iglesia mediante el conocimiento del comportamiento dinámico particular de cada elemento arquitectónico/estructural que la compone y los patrones de daños que frecuentemente presentan después de un sismo. Esto permite asociar el comportamiento estructural con sus posibles daños, facilitando así la evaluación global del edificio. Es por esto que es común recurrir a procedimientos tipológicos para la evaluación de la vulnerabilidad de iglesias, los cuales se basan en información de daños de sismos pasados. En estos procedimientos las iglesias se dividen en partes, para cada una de ellas se establece una clasificación de acuerdo a su función arquitectónica o estructural, se identifican los patrones de daños más comunes registrados durante un sismo que llevan a un determinado número de mecanismos de falla. Se han hecho investigaciones para algunos tipos de iglesias con el objetivo de establecer el comportamiento de ciertas partes estructurales/arquitectónicas y su relación con los mecanismos de falla más probables (Doglioni *et al.*, 1994).

En las últimas dos décadas esta idea ha llevado a dividir las iglesias en partes para determinar su comportamiento global ante un sismo, suponiendo que cada una de ellas tiene un comportamiento dinámico independiente de las otras partes que la componen y cuyos daños conducen a ciertos mecanismos de falla (Doglioni *et al.*, 1994; Lagomarsino, 1998a; 1998b); la premisa recae en que las cada parte es más vulnerable que cuando forman un todo; principio válido para edificios desplantados en suelo firme. De esta forma se evalúa fácilmente una iglesia completa, con el único objetivo de estimar el daño y la capacidad sísmica remanente de la iglesia para enfrentar sismos posteriores.

La República Mexicana cuenta con un gran patrimonio de iglesias que deberían ser monitoreadas y evaluadas estructuralmente para evitar su deterioro y posible desaparición. Las iglesias constituyen los espacios donde el hombre puede sentir una relación más cercana con la religión que predica. La belleza de estos edificios recae en su estado estructural y arquitectónico. Cuanto mejor estén preservados, más belleza darán al lugar donde están

ubicados y las personas que recurran a ellos se sentirán más seguras. Además, tendrán mayores posibilidades de permanecer a través del tiempo. La construcción de las iglesias en México data desde el siglo XVI, lo que indica que han estado sometidas a una gran variedad de sollicitaciones externas. Algunas de las construcciones religiosas todavía se mantienen en un buen estado, pero otras probablemente ya no existan hoy en día. Una de las principales razones es que inicialmente se diseñaron para soportar fuerzas gravitatorias; sin embargo, hay que reconocer que a través del tiempo, dentro del diseño de construcciones religiosas empezaron a considerarse fuerzas sísmicas. A pesar de esto siguen siendo vulnerables ante un sismo, por la incertidumbre de la intensidad y recurrencia del mismo o por la degradación del material al paso del tiempo. Es por esto que, debido a la gran cantidad de templos religiosos, el desconocimiento del estado estructural de muchas de ellos y a la protección del patrimonio histórico de México, surge la importancia de establecer una metodología rápida para evaluar este tipo de construcciones después de un sismo.

En este sentido se propone desarrollar un método para la evaluación sísmica de una iglesia típica de la época colonial en México.

Por lo tanto, el objetivo general de esta investigación es:

Evaluar el daño de las iglesias a partir de sus macroelementos

Los objetivos particulares son:

1. Establecer un procedimiento para definir los macroelementos de una iglesia
2. Utilizar la energía como parámetro para medir la demanda, el daño y la falla sísmica de los macroelementos de una iglesia.

Dichos objetivos se alcanzarán a través de ocho capítulos. El capítulo dos trata sobre los aspectos arquitectónicos y estructurales de las iglesias Coloniales de México. El tercer capítulo habla sobre el concepto del macroelemento y se establece un procedimiento para definir los macroelementos de una iglesia. El cuarto capítulo hace una breve introducción sobre el concepto de energía. En el quinto capítulo se explica la forma de encontrar la falla a través del concepto de energía. En el sexto capítulo se establece el método para evaluar las iglesias a través de los macroelementos. El séptimo capítulo trata sobre una aplicación del método a un caso real y en el octavo capítulo se darán conclusiones de la tesis y algunos comentarios.

## 2. Elementos arquitectónicos y estructurales de las iglesias coloniales en México

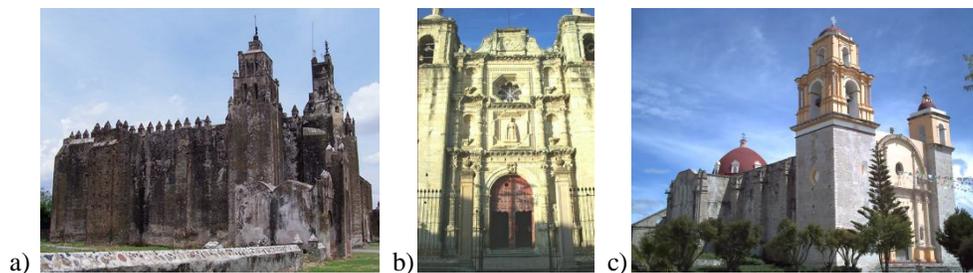
La época colonial es la que se desarrolla en América durante el periodo de ocupación española, es decir, desde el siglo XVI al XVIII (Escalante, 2005). Desde España llegan al Nuevo Mundo numerosos religiosos y artistas que formaron talleres y enseñaron a los nativos los modelos y estilos de la península, como el gótico, renacimiento, manierismo, barroco y neoclasicismo. De esta manera se puede decir que el arte que llega a América es fundamentalmente religioso, sin desacreditar otros tipos de artes, marcado por el poder de las principales órdenes religiosas llegadas del viejo continente (Orozco, 2006). Las primeras órdenes religiosas que llegaron a la Nueva España fueron las de los Franciscanos, los Dominicos y los Agustinos.

La arquitectura Franciscana se caracterizó por tener un carácter defensivo (Montoya, 2009). Se sabe que los templos Franciscanos también acogieron dos necesidades insoslayables: el ejercicio del sermón y la elevación de hitos de enterramiento. Así pues, cuando las capillas laterales no se contemplaban al inicio de las obras, estas solían añadirse a la construcción después de algunas décadas. Los Agustinos, al no tener la limitación del voto de pobreza, igual que los Dominicos, les permitió hacerse de recursos financieros, por lo que sus construcciones eran por lo general suntuosas y técnicamente bien realizadas. Así, debido a que sus más grandes obras se realizaron alrededor del tercer cuarto del siglo XVI, estos requirieron largos periodos de construcción y gran cantidad de mano de obra. Los Dominicos contrataban personas especializadas para construir sus templos, por eso sus edificios son de buena calidad, artística y técnicamente notables.

De acuerdo con los estudios de la arquitectura de la época Colonial (Orozco, 2006; Montoya, 2009; Astorga, 2009), los elementos arquitectónicos y estructurales tuvieron que adecuarse a las nuevas condiciones geotécnicas que les presentaba el suelo de México. Su diseño y comportamiento estructural fueron influenciados por el tipo de material que se encontraba cerca del lugar donde la construcción se planeaba realizar. El estudio del comportamiento de estos elementos en los países europeos logró mejorar su diseño, logrando construcciones más resistentes, altas y ligeras.

### 2.1. Arquitectura de los siglos XVI, XVII y XVIII

La arquitectura del primer siglo del virreinato pasó por dos etapas: la inicial, en la que la arquitectura fue de tipo defensivo, porque los españoles temían que los indígenas se sublevaran y los atacaran por lo que sus construcciones tuvieron muros anchos, vanos muy reducidos, torreones y almenas; la segunda etapa, que corresponde al plateresco, las casas se hicieron generalmente con techos planos, fachadas labradas, resaltadas con escudos, columnas y cornisas (Fig. 2.1). Las obras construidas muestran la riqueza de materiales, colores, texturas, sistemas constructivos y soluciones espaciales que se desarrollan en todo el territorio mexicano, durante los siglos XVII y XVIII (Montoya, 2009).



**Figura 2.1.** a) Siglo XVI (Convento de San Mateo); b) Siglo XVII (Templo de San Felipe Neri); c) Siglo XVIII (Iglesia de Teotongo, Oaxaca). Fotos de [www.flickr.com](http://www.flickr.com)

La arquitectura del siglo XVI resolvió la necesidad inmediata de espacios habitables, arquitectónicamente poco diversos (Astorga, 2009). Las arquitecturas civiles de los siglos XVII y XVIII, presentan más diversidad que en el siglo XVI, de mejor calidad y embellecida por el estilo barroco que se desarrolla en el territorio novohispano. Los géneros arquitectónicos que comprendió la arquitectura civil son edificios de gobierno, de comercio, para servicios de salud, y los de servicio educativo; aunque estos dos últimos fueron construidos y administrados por

el clero. De acuerdo con Almanza (2009) también en la arquitectura religiosa de los siglos XVII y XVIII se produjo un cambio importante con respecto a la primera época del virreinato, adquirieron mayor valor público, haciendo que se enriquecieran y engalanaran arquitectónicamente. Es por esto que las construcciones religiosas de los siglos XVII y XVIII fueron más ricas en sus acabados, tanto en exteriores como en interiores, y más diversas.

Uno de los estilos arquitectónicos que más influyó desde el siglo XVII y XVIII fue el barroco. Se puede hablar de la existencia del barroco cuando se empieza a observar elementos ornamentales en las portadas de los edificios, los frontones se rompen, los arquitectos ya no se ciñen a las normas rígidas del Renacimiento, se sentían libres de hacer lo que quisieran arquitectónicamente (Montoya, 2009). Toussaint (1948) estableció tres etapas del barroco: sobrio, rico y exuberante. En el barroco sobrio se manifiesta la nueva tendencia arquitectónica; en el rico se da ornamentación abundante; y en el exuberante se exagera en ornamentación. Se dice que el barroco en México inició en 1630 aproximadamente, y se prolongó hasta finales del siglo XVIII, hasta que se fue agotando en sus posibilidades formales y espaciales. Debido al cambio en gusto e ideología de la sociedad surge un nuevo estilo: el barroco novohispano. Hacia finales del siglo XVIII el barroco convivió con el neoclásico.

Para los edificios religiosos en los siglos XVII y XVIII, quedaron atrás los templos de una sola nave y sin crucero, y se dio lugar a otros arquitectónicamente más complejos. La planta casi invariablemente aceptada fue la de cruz latina de ascendencia renacentista (Almanza, 2009). Cuando se trataba de una sede importante solía adoptarse la planta basilical de tres o cinco naves. Almanza (2009) menciona que en el siglo XVIII los arquitectos encaminan su interés en busca de soluciones diferentes resultando plantas en forma de cruz griega (Sagrario de la Catedral Metropolitana) o plantas ovales (Capilla del Pocito en la Villa de Guadalupe).

Aunque algunos templos cristianos seguían pautas constructivas de las basílicas, pronto dieron paso a otras formas como la planta de cruz latina, que se generalizaron, sin que por ello desapareciera las de una nave (Almanza, 2009). La planta de cruz latina es una variante de las plantas cruciforme, pero es particular de Latinoamérica. Los templos construidos de acuerdo con este diseño se componen principalmente de dos naves cruzadas: la nave principal, que se sitúa en el centro y atraviesa desde la puerta de entrada hasta el altar, y el transepto, perpendicular a la nave principal. La nave principal es más larga que el transepto, y éste se sitúa más cerca del altar que de la puerta de entrada. El lugar donde ambas naves se cruzan se denomina crucero, y sobre él, suele elevarse el cimborrio o tambor que sostiene la cúpula (Almanza, 2009).

Las ciudades que se ubican en las zonas sísmicas tienen un tipo de construcción poco elevada donde prevaleció la horizontalidad sobre la verticalidad (Hernández y Rodríguez, 2009). Con frecuencia se tuvieron que reconstruir los edificios derrumbados por los terremotos, lo que propició que, a través sobre todo del principio de ensayo y error, los asentamientos humanos en zonas sísmicas fueran adquiriendo su fisonomía horizontal.

## **2.2. Configuración de los conjuntos conventuales de México**

De acuerdo con García (2007), los conjuntos conventuales en México estaban básicamente formados por conventos, templos, atrios, capillas abiertas y “capillas posas” (Fig. 2.2). Sin embargo, Toussaint (1948) estableció una tipología arquitectónica con base en tres elementos fundamentales: El atrio, el templo y el edificio conventual (Montoya, 2009). Estos son los mismos elementos que conforman los conventos europeos, pero en la Nueva España, la escala del monasterio y de la iglesia se reduce, y las partes que no existían en Europa adquieren un mayor desarrollo. El atrio se adecuó a la costumbre indígena para recibir las ceremonias al aire libre. En ellos se catequizaba y se enseñaban los oficios artesanales. Por otro lado, en las periferias e interior del atrio se dispusieron pequeños templetos o “capillas posas” que marcan el recorrido de las procesiones y sirven para posar las imágenes religiosas.

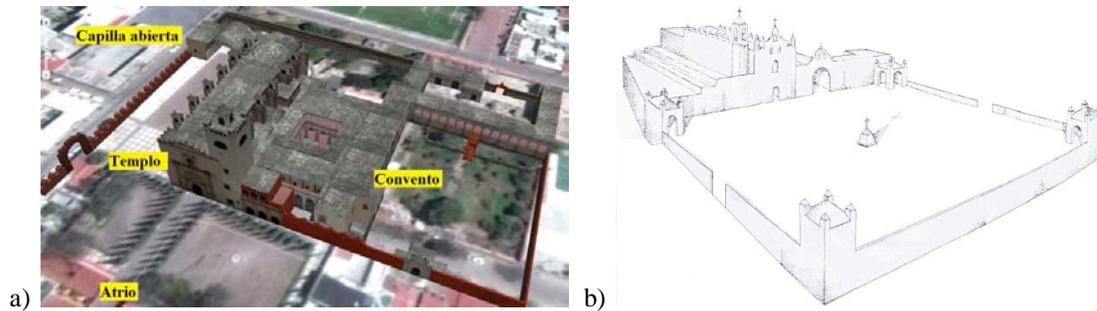


Figura 2.2. a) Conjunto conventual San Nicolás Tolentino, Octopan, Puebla ([www.earth.google.com](http://www.earth.google.com)); b) Ubicación en general de las capillas posas

### 2.2.1. El edificio conventual

El convento era la residencia de los frailes, el cual podía consistir de uno o dos niveles, con claustros de contrafuertes o arcadas (García, 2007). El edificio conventual incluye el templo y el convento propiamente dicho, ambos funcionaron como elementos articulados entre sí, aunque con usos y cometidos distintos. Fueron resueltos para atender las necesidades de la vida comunitaria y la actividad misionera de sus habitantes (Montoya, 2009).

### 2.2.2. Templo

El templo fue el principal lugar de reunión de toda comunidad cristiana. Es el edificio que más destaca por sus dimensiones, configuración espacial y el tratamiento ornamental de sus interiores y exteriores, principalmente en el elemento arquitectónico más representativo de estos edificios, la portada (Montoya, 2009).

Los templos eran básicamente cuatro: de una nave, criptocolaterales, de tres naves y de cruz latina (García, 2007). Los casos de plantas cruciformes fueron raros (Montoya, 2009); sin embargo existen y se pueden encontrar en algunos estados de México. El templo de una nave es representativo de los conjuntos conventuales construidos durante el siglo XVI en México. Este modelo tiene una planta estrecha y de gran altura, la cual permitía una mejor visibilidad de la población hacia el ritual y facilitaba que los frailes tuvieran mayor vigilancia sobre ellos. Los templos criptocolaterales pueden ser de una o tres naves con capillas laterales. Estos son los menos usados y fueron construidos por los dominicos; algunos se encuentran en la Ciudad de México, Oaxaca, Puebla y Morelos (García, 2007). Los templos criptocolaterales sirvieron a los requerimientos estructurales en una zona de alta incidencia sísmica, ya que los muros que las dividen debían funcionar como contrafuertes para recibir los empujes laterales de la bóveda de cañón corrido que cubría la nave. Sobre estos muros se proyectaron varios arcos de medio punto que comunicaban a las capillas entre sí; el efecto resultante es parecido al de una iglesia de tres naves. Los templos de cruz latina tienen ciertas características consideradas antisísmicas, como el hecho de atravesar una nave por otra.

### 2.2.3. Atrio

El atrio se trató de un patio situado a los pies de la iglesia y que servía para acceder a ésta. Además, fue una solución arquitectónica singular por las necesidades de la conquista espiritual a partir de 1521 (Montoya, 2009). Los atrios de los conjuntos conventuales generalmente aparecen amurallados y almenados, sirviendo de ciudadelas que recuerdan a las fortificaciones medievales (García, 2007). Esto respondía a la necesidad de albergar a multitudes y a la tradición prehispánica de los cultos al aire libre. Dadas las altas cantidades de indígenas a evangelizar, los frailes mendicantes utilizaron el espacio del atrio como extensión del templo.

### 2.2.4. La capilla abierta

La capilla abierta o "capilla de los indios" aparece al fondo del atrio. Las capillas abiertas atendieron las necesidades espirituales de los indios; era el lugar desde donde el sacerdote podía decir misa hacia la multitud del atrio o impartir clases sobre oficios diversos y sobre el nuevo modo de vida occidental. En la capilla abierta, el sacerdote era el único que estaba en un lugar cubierto. Debido a que la asistencia multitudinaria en este tipo de

capillas fue reduciéndose, el oficiante y unas pocas personas permanecieron bajo techo, por lo común, grupos de niños músicos y cantores o personajes importantes como caciques y ancianos venerables (Montoya, 2009).

Aunque no existieron reglas en la solución de las capillas abiertas y dado que su cometido fue captar la visibilidad de todos los asistentes desde cualquier punto dentro del atrio, se busco ubicarlas anexas al templo, rematando el espacio atrial desde lo más profundo (Montoya, 2009).

### 2.2.5. Capillas posas

Se le denominan capillas posas a la solución arquitectónica empleada en los conjuntos-monasterio de la Nueva España en el siglo XVI, consistente en cuatro edificios cuadrangulares abovedados ubicados en los extremos del atrio (Montoya, 2009). Al igual que la capilla abierta, las capillas posas son una solución única y una aportación del arte Novohispano al arte universal dada su originalidad y los recursos plásticos y estilísticos empleados en su ornamentación. Existen varias teorías acerca de su función. Se ha dicho que, siguiendo el camino procesional, las capillas posas servían para posar o descansar el Santísimo Sacramento cuando este era sacado en procesión por el atrio. Por otro lado, de acuerdo a Montoya (2009), las capillas posas tienen relación con los cuatro barrios que se acostumbraba asentar en los pueblos y ciudades siguiendo la traza española típica.

## 2.3. Componentes arquitectónicos del templo

Los componentes más importantes y comunes pueden definirse de acuerdo con el estudio que realizó Montoya (2009) sobre los templos de México. Montoya (2009) dividió los templos principalmente en: nave, sotocoro, coro, ábside, presbiterio y crucero. Sin embargo, hay que considerar que actualmente la fachada con torres de campanario también se consideran parte de los templos. Aquí se mencionarán la fachada, el coro, la nave y el transepto (Fig. 2.3). Estos son los elementos más comunes, pero existen templos que pueden tener adosadas capillas, baptisterio, sacristías, etc, dando lugar a plantas más complejas.

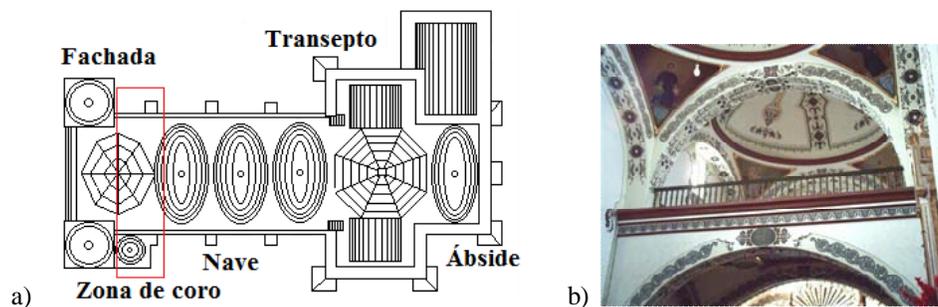


Figura 2.3. a) Elementos de un templo; b) imagen interior de un coro (Ocotlán, Oaxaca)

### 2.3.1. Fachada

Una fachada es, por extensión, cualquier paramento exterior de un edificio; aunque por defecto se hace alusión a la parte delantera o principal de un edificio, indicándose más datos en caso contrario (fachada secundaria, lateral, etc.) La portada de la fachada es objeto de especial cuidado en el aspecto arquitectónico, pues al ser la parte del edificio percibida desde el exterior, muchas veces es un recurso disponible para expresar o caracterizar la construcción. La portada ha experimentado multitud de transformaciones a lo largo de la historia por su condición de soporte o lienzo para los distintos estilos arquitectónicos. Por esta razón la fachada puede considerarse como un elemento “activo” dentro de la arquitectura barroca. Almanza (2009) menciona que dentro del aspecto ornamental se establecieron ciertas diferencias dentro de la arquitectura barroca: los elementos “activos” y “pasivos”. Los primeros tipos de elementos concentraban todos los recursos decorativos y los otros no, o casi no, contenían ornamentación.

Generalmente la fachada principal se le puede ver acompañada de torres de campanario. Las torres de campanario son elementos arquitectónicos representativos de los templos de los siglos XVII y XVIII; la norma era construir dos torres de campanarios al frente del edificio, como parte de la fachada principal (Almanza,

2009); sin embargo, existen edificios que solo presentan una torre de campanario. Se dice que en los pueblos había una iglesia principal que se caracterizaba por las dos torres de campanarios, mientras que las demás debían portar sola una torre para respetar la jerarquía de la iglesia principal.

### **2.3.2. Coro**

El Coro fue, en todos los conventos dedicados a la evangelización, el único espacio ubicado dentro de la nave que se destinó para el uso de frailes (Montoya, 2009). Este era un lugar de privilegio que alojaba a la comunidad de religiosos durante las ceremonias litúrgicas. Según Montoya (2009) el coro se ubicó en el primer tramo de la nave, frente del presbiterio, dispuesto en el interior a modo de un gran *balcón*. La profundidad del coro variaba de una orden a otra, sin embargo, ésta era en promedio igual que el ancho de la nave. La profundidad de los coros de los templos franciscanos tendía a ser más cortos, y la de los agustinos más largos, que el ancho de la nave (Montoya, 2009).

El sotocoro se encuentra debajo del coro y fue el lugar donde se administra el bautismo. Al centro de este espacio generalmente se ubicó una pila bautismal comúnmente de una sola pieza en piedra y adornada con motivos en bajo relieve, a la que complementaron dos pilas de agua bendita, ubicadas a ambos lados de la entrada. En algunas ocasiones, anexa al espacio del sotocoro, se encuentra ubicada una capilla cerrada en tres de sus lados y abierta hacia la nave principal, la cual servía de baptisterio (Montoya, 2009). Dada la importancia tanto litúrgica como espacial del sotocoro, su ornamentación fue casi siempre rica, solo superada por los trabajos ornamentales del presbiterio.

### **2.3.3. Nave**

El término nave, según Montoya (2009), deriva de una vieja alegoría paleocristiana que pretende representar al templo como una barca en altamar en la que viajan los fieles y el sacerdote hacia su destino final, el oriente, donde está la Ciudad Santa de Jerusalén. En su interior las naves solían dividirse en varios tramos de los cuales el primero era el sotocoro y el último el presbiterio, que es lugar donde se encuentra el altar y el retablo.

El presbiterio es el espacio que en un templo es dedicado a la oración, y no para la predicación, ya que se da desde un púlpito situado en un lugar de la nave (Montoya, 2009). El área que delimita se reserva al clero y se separa de la nave central por gradas, escalinatas o una barandilla llamada comulgatorio. Sin embargo, el elemento arquitectónico más reconocido que lo separa del resto de la nave es el arco triunfal. El presbiterio suele tener dos puertas que la comunican con el edificio conventual, una la comunica con la sacristía y la otra con el claustro. Si no contiene ventanas ni puertas que la comuniquen al exterior se le designa presbiterio ciego (Montoya, 2009).

### **2.3.4. Transepto**

La palabra transepto se utiliza comúnmente en la terminología arquitectónica religiosa para designar la nave transversal que cruza ortogonalmente a la nave principal. Esta nave se sitúa habitualmente entre el presbiterio (o el coro, cuando éste existe) y la nave longitudinal, como elemento de separación de ambos espacios. Su definición etimológica así lo expresa, pues proviene de las voces latinas *trans* y *septum*, que significa *seto* o barrera, queriendo indicar que se trata de un obstáculo interpuesto entre los espacios de la nave, ocupados por simples fieles, y del presbiterio, destinado a los clérigos.

### **2.3.5. Ábside**

En la arquitectura religiosa cristiana, es la parte de la construcción que cierra el presbiterio y se proyecta hacia el exterior de las iglesias, sobresaliendo del edificio. El término en arquitectura eclesiástica generalmente denota esa parte de la iglesia donde está colocado el altar. Por él se comenzaba generalmente la construcción del monumento (Ocaña, 2012). Se procuraba acabar cuanto antes para poder instalar el altar y celebrar la liturgia divina, incluso sin haber finalizado totalmente la iglesia. Su ubicación debía estar en la cabecera del edificio, adquiriendo el máximo de funcionalidad al poder ser contemplado por la comunidad de fieles.

El ábside no sólo toma importancia por mantener un objeto religioso como es el altar, sino porque en él se colocan el retablo principal. Un elemento arquitectónico de grabados y figuras religiosas, ordenadas de forma compleja, de gran valor religioso y ornamental.

## 2.4. Elementos estructurales básicos de los templos

### 2.4.1. Cimentación

La cimentación en los edificios tiene gran importancia, no sólo porque en ella se logra que la construcción se sustente firmemente sobre el terreno, sino porque define el trazo y la planta del edificio (Meli, 2011). Los muros de gran grosor, llamadas *zapatas corridas*, se emplearon como cimentación, que a la vez sirvieron como elementos de soporte de la estructura (Fig. 2.4; Chico-Ponce de León y Peraza, 2000). De acuerdo con Meli (2011) no será posible conocer el tipo de cimentación que existe en una iglesia, aún menos su desempeño actual, hasta cuando sea necesario trabajos de rehabilitación y se puedan hacer *calas* en el terreno para observar las condiciones de los cimientos. Sin embargo, el desempeño de la cimentación es menos cuestionable porque los problemas de cimentación han sido menos frecuentes que los de la estructura (Meli, 2011). La mampostería de los cimientos generalmente es de piedras unidas con mortero de cal – arena. Son de menor resistencia que los muros que soportan, pero el hecho de que la cal del mortero siga endureciéndose con el tiempo, hace que el deterioro de la cimentación sea más lento.

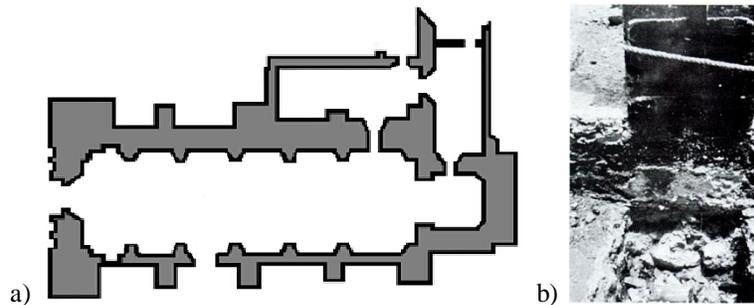


Figura 2.4. a) Planta de muros que probablemente sigue la cimentación (Ocotlán, Oaxaca); b) Fotografía de un cimiento corrido

### 2.4.2. Muros

La estructura del templo está formada por muros de mampostería, gruesos, con pocas aberturas y austeros de gran decoración arquitectónica. Son elementos muy eficientes para soportar cargas axiales, pero su capacidad para soportar fuerzas perpendiculares a su plano es menor que la vertical. De acuerdo con García (2007), el gran espesor de los muros no es sólo una muestra de un diseño conservador o de protección contra sismos, sino de preparaciones para futuros cambios estructurales. Algunos templos tuvieron cubiertas de madera que fueron reemplazadas por bóvedas de mampostería, por lo que se requerían muros de gran espesor y resistentes para contrarrestar los empujes de la bóveda provocaba. Probablemente por esta razón los espacios cubiertos por bóvedas de cañón están generalmente poco iluminados (Heyman, 2005); además, de la dificultad de horadar el muro sin afectar su capacidad estructural (Fig. 2.5).

Los contrafuertes fueron una solución estructural que ayudó a los muros de las iglesias a soportar empujes laterales (Montoya, 2009). Un contrafuerte es un engrosamiento puntual de un muro. Visibles al exterior y de forma prismática (Fig. 2.5), se usaron para transmitir cargas perpendiculares al muro a la cimentación. Las bóvedas, debido a su peso, tienden a "abrirse" y empujar transversalmente al muro que la sustenta. Por ese motivo, dicho muro debe reforzarse con contrafuertes para no volcar.

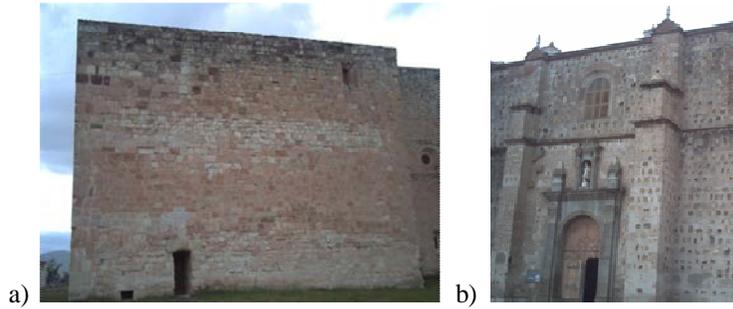


Figura 2.5. a) Muro con pocas aberturas (Yanhuitlan, Oaxaca); b) Contrafuertes (Ejutla de Crespo, Oaxaca)

### 2.4.3. Bóvedas y sus variantes

En la historia de la arquitectura, las bóvedas de ladrillo o piedra tuvieron un papel importante en la arquitectura religiosa (Giedion, 2009), fue un elemento arquitectónico muy apropiado para cubrir espacios arquitectónicos amplios (Fig. 2.6). Aunque en los sistemas constructivos de cubiertas durante el siglo XVII se prefirió por mucho tiempo la cubierta de madera ricamente trabajada en alfarjes, en Puebla y otras ciudades se impuso, y se extendería después, el gusto por las bóvedas en sus diferentes variantes: de cañón, tipo vaída, de arista, de lunetos, etc. (Almanza, 2009). La cubierta de bóveda en plantas de cruz latina obligó a una cúpula en el crucero, que es frecuentemente de planta octogonal, con o sin tambor, recubierta exteriormente de azulejos; esto último es muy común en diferentes regiones y particularmente en Puebla.

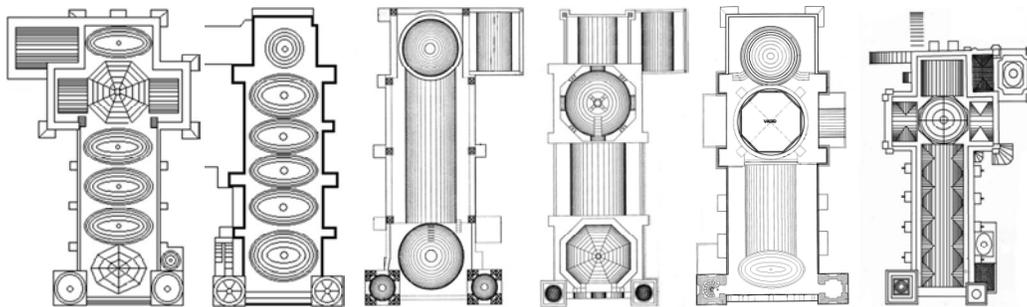


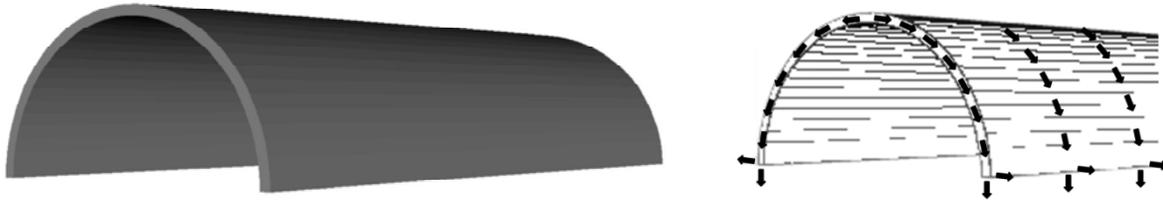
Figura 2.6. a) Diferentes tipos de cubiertas de acuerdo a la combinación de bóvedas y cúpulas.

Heyman (2005) hace un extenso estudio del comportamiento, esfuerzos y daños (*patologías*) de los diferentes tipos de bóvedas que se mencionarán enseguida. La sollicitación predominante en sus elementos es de compresión. Sus esfuerzos se asemejan a las de un arco o conjunto de arcos que conforman una superficie. Las bóvedas son diseñadas para que los estados de esfuerzos sean simétricos y queden inscritos dentro de la configuración del arco que define la bóveda (Heyman, 2005). Cuando aparece una fuerza lateral, el estado de esfuerzos se hace asimétrico y provoca “articulaciones” que se generan por el daño del material.

#### 2.4.3.1. Bóveda de cañón o de medio punto

La bóveda de cañón es de una superficie semicilíndrica, generada geoméricamente por la prolongación de un arco de medio punto a lo largo de un eje longitudinal (Fig. 2.7). Se empleó para cubrir espacios longitudinales, como las naves de las iglesias o sus transeptos. La técnica surge de la necesidad de cubrir edificios construidos con mampostería, como ladrillos o piezas de piedra, en lugares donde escaseaba la madera (Giedion, 2009). Cuando los arcos de medio punto evolucionaron estilísticamente hacia arcos apuntados, las bóvedas de cañón también siguieron la misma tendencia, por eso las hay asimismo de carácter apuntado y ojival. Por extensión, todas las bóvedas generadas por un arco directriz, sea rebajado, carpanel, ojival, etc. se denominan, incorrectamente, bóvedas de cañón corrido. La bóveda de cañón cuya directriz no es recta sino circular se denomina bóveda anular.

La mayoría de los templos se techaron con bóvedas de cañón corrido, siendo común sobre ellas ornamentaciones que le dieron dignidad a los espacios interiores. En este sentido, la orden franciscana fue la que destacó por los ricos trabajos de ornamentación en bóvedas y techos, a pesar de que pregonaban austeridad y sus templos eran los menos imponentes (Montoya, 2009). En los templos de las otras órdenes religiosas, la ornamentación se aplicó al presbiterio, dejando liso el resto de la superficie de la bóveda.



*Figura 2.7. Esquema de una bóveda de cañón y su bajada de cargas*

En la bóveda de cañón, como en todas las estructuras basadas en el arco, el empuje se dirige hacia los elementos estructurales que la sostienen; deben soportar una gran presión tanto vertical como lateral. Para contrarrestar el empuje horizontal la bóveda se construía generalmente con arcos de refuerzo, denominados arcos fajones o torales. Otra posibilidad era construir dos o más bóvedas en paralelo, para contrarrestar sus respectivos empujes; no obstante, los muros exteriores requerían igualmente reforzarse. Esto tuvo solución interseccionando dos bóvedas en ángulo recto (bóveda de arista).

#### 2.4.3.2. Bóveda de lunetos

Una bóveda de lunetos se genera de la intersección de una bóveda principal con dos o más bóvedas de cañón de menor altura (Fig. 2.8). Los lunetos tienen una altura, desde su plano de arranque a su punto más alto, menor que la distancia entre apoyos o estribos. Este tipo de bóvedas se encuentran generalmente como cubierta de naves principales. Guevara (1993) hace un análisis de las cargas de este tipo de bóvedas y muestra esquemáticamente como llegan a la cimentación (Fig. 2.8). Una de las principales ventajas de los lunetos es que dejan entrar la luz exterior para iluminar el interior del templo, evitando la perforación de los muros. Prácticamente el comportamiento estructural de la bóveda de lunetos es parecida a la de cañón; sin embargo, tiende a ser más flexible en el sentido longitudinal por los huecos.



*Figura 2.8. Esquema de una bóveda de lunetos y su forma de transmitir las cargas*

#### 2.4.3.3. Bóveda de arista

La bóveda de arista es el elemento arquitectónico que resulta de la intersección perpendicular de dos bóvedas de cañón (Fig. 2.9). Geométricamente, está generada por dos superficies semicilíndricas ortogonales cuyas líneas de intersección, o aristas, son arcos de elipse que se cruzan en el vértice superior. Su uso se extiende por su fácil construcción con cimbras y porque los empujes laterales hacia los muros exteriores son menores; se utilizó principalmente para cubrir espacios cuadrangulares. Debido a las dimensiones de este tipo de bóvedas, los empujes suelen ser menores que la bóveda de cañón. Concentrándose en sus cuatro puntos de apoyo.



Figura 2.9. Esquema de una bóveda de arista y su transmisión de cargas

#### 2.4.3.4. Bóveda de crucería

Es una bóveda formada por una serie de arcos o *nervios* con función estructural (Fig. 2.10). Los espacios que se originan entre ellos constituyen los *plementos*, los cuales son una especie de losas curvas de piedra que tienen la función de relleno. La forma y disposición de los *nervios* puede ser muy variada y compleja, llegando a complejos diseños geométricos, las principales son: cuatrimpartita, sixpartita, reticulada, estrellada, etc.

De acuerdo con Fernández (2009) los techos con bóvedas nervadas utilizadas parcial o totalmente en las naves, se adoptaron como solución para cubrir templos ubicados en zonas con mejores recursos materiales y fuerza de trabajo. Mientras que los techos de bóvedas de cañón sin crucería se usaron en templos ubicados en zonas de pocos recursos. Los franciscanos fueron los que más usaron bóvedas de crucería, seguidos por los dominicos y después los agustinos, quienes reservaron su uso sólo para el presbiterio y su tramo anterior, así como para la bóveda del sotocoro.

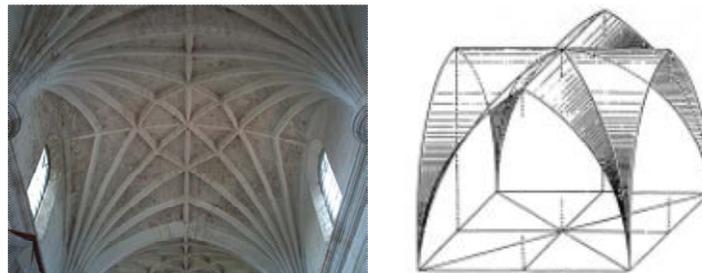


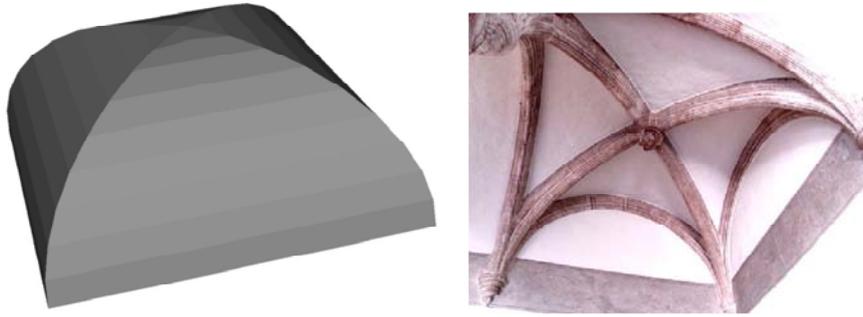
Figura 2.10. Bóveda de crucería (Yanhuítlan, Oaxaca) y su vista exterior (Huerta, 2004)

La ventaja de usar bóvedas de crucería es que emplea un esqueleto de nervios que sirven como cimbra. Los nervios establecían la geometría de la bóveda y distribuían los empujes a las esquinas de la misma. Esto permitía reducir el espesor de los muros y contrafuertes, permitiendo además construir grandes ventanales entre los estribos.

#### 2.4.3.5. Bóveda de rincón de claustro o claustral

Bóveda formada por la intersección de dos bóvedas de cañón de la misma flecha con las intersecciones definidas por líneas curvas (Fig. 2.11). Esta bóveda se deriva al girar, en planta, 45° de manera que los ejes coincidan con las diagonales del plano original. Los cuatro ángulos de la planta cuadrada se cortan, por lo que desaparecen las líneas de arranque. Los arcos que originan sus aristas pueden ser rebajados, de medio punto o apuntados. Se utilizó para cubrir espacios rectangulares.

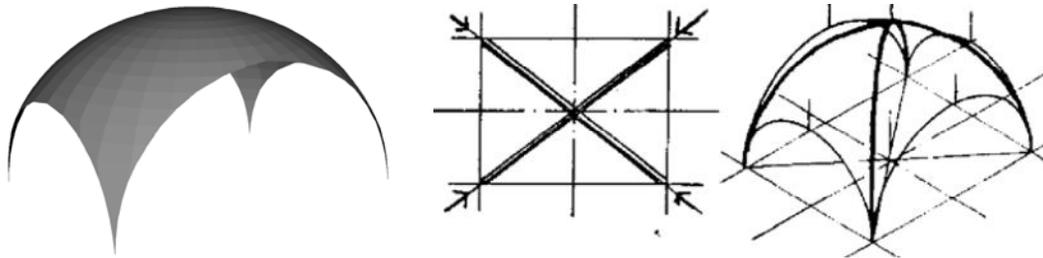
El equilibrio de esta bóveda radica en que cada triángulo, en gravedad, descansa y se aprieta en los dos que le son contiguos. Los empujes sobre los muros perimetrales son menores que en la bóveda de cañón y las tensiones internas se asemejan a las de una cúpula gallonada.



*Figura 2.11. Esquema de una bóveda de rincón de claustro o claustral y vista interior (convento de San Agustín).*

#### 2.4.3.6. Bóveda vaída

También denominada *cúpula vaída*, esta resulta de seccionar una cúpula con cuatro planos verticales cuyas trazas en planta corresponden a un cuadrilátero inscrito (Fig. 2.12). Debido a esta particularidad sirve para techar espacios cuadrados. Además, se caracteriza por definir arcos de medio punto en su encuentro con los planos verticales que seccionan la cúpula. De hecho, si se cortara con un plano horizontal tangente a la clave de los arcos laterales sólo quedarían cuatro triángulos esféricos, que no son sino pechinas. A la bóveda vaída se le suele llamar bóveda "de pañuelo", "de pechinas" o "bizantinas"; el primer nombre surge por su parecido con la forma inversa a la que adquiere un pañuelo mojado colgando de sus vértices. En la bibliografía anglosajona se la denomina "de vela", siendo en este caso la analogía con una vela de barco cuadrada inflada por el viento.

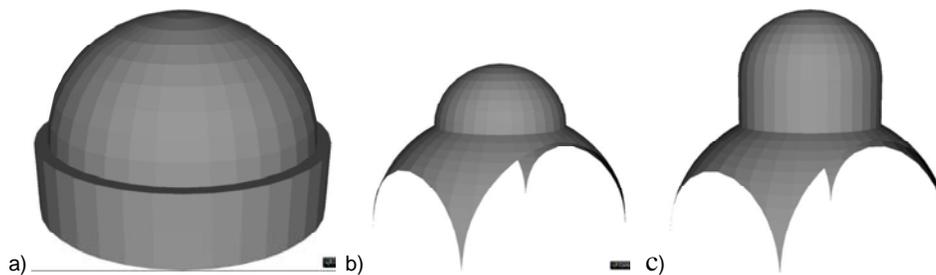


*Figura 2.12. Esquema de una bóveda vaída y su estructuración interna (García y García, 1998)*

La bóveda vaída se encuentra dentro de la misma categoría que las de crucería. Se encuentra soportada por dos arcos cruceros que unen en diagonal dos ángulos de la bóveda (Fig. 2.12). Estos arcos soportan todo el peso y los transmiten a las esquinas, reduciendo los empujes laterales sobre los muros sustentantes.

#### 2.4.3.7. Bóveda esférica o cúpula

La cúpula se crea mediante arcos de perfil semicircular, parabólico u ovoide, rotados respecto de un punto central de simetría (Fig. 2.13). Es un elemento arquitectónico que cubre espacios de planta circular, elíptica, cuadrada o poligonal. La base sobre la que se apoya la cúpula puede consistir de muros continuos o de arcos sobre pilastras.



*Figura 2.13. Esquema de una cúpula.*

Para resolver la transición entre la base de la cúpula y la forma, cuadrada o poligonal, del basamento, se utilizaron frecuentemente elementos de transición como *trompas* o pechinas; esto facilitaba montar las cúpulas sobre bases cuadradas (Fig. 2.13a). Entre la cúpula y los elementos de transición suele colocarse un tambor cilíndrico o cimborrio, por lo general perforado con ventanas para dejar entrar luz al interior del templo (Fig. 2.13b). La iluminación se complementaba mediante una linternilla superior, visible desde el exterior como elemento formal de coronamiento de todo el conjunto. Para construir el *óculo* cenital o linterna, la "clave" de la cúpula se reemplazaba por un anillo superior que resistía los esfuerzos de compresión. Este anillo era generalmente de aleación, como el bronce, para asegurar su durabilidad y estabilidad de la cúpula.

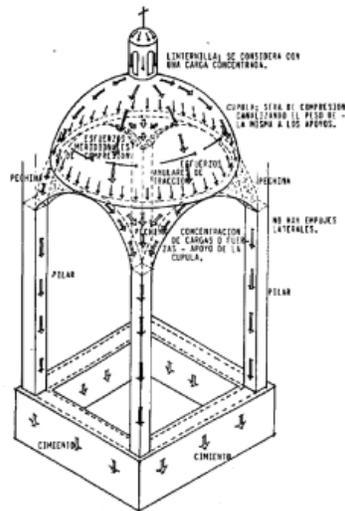


Figura 2.14. Esquema de fuerzas sobre cúpula y pechinas

El problema más importante de los constructores de cúpulas antes de la Revolución industrial fue hallar materiales con resistencia a la tracción para contrarrestar los esfuerzos horizontales en la base de la cúpula que, por su forma, tiende a "abrirse" (Hayman, 2005). En la Fig. 2.14 se muestran la distribución de fuerzas que se desarrollan en la cúpula y pechinas (Guevara, 1993). La solución clásica consistió en contrarrestar tales esfuerzos mediante contrafuertes pesados de obra ó por otras cúpulas o semi-cúpulas, que van llevando los esfuerzos a sitios menos visibles. Otra alternativa era colocar un zuncho en la base, el cual trabajaba a tracción.

## 2.5. La mampostería usada en los templos religiosos de la época Virreinal

Posiblemente la mampostería ha sido el material de construcción más usado por el hombre, tomando como referencia las estructuras antiguas existentes hoy en día. Se dice que se usó por primera vez como protección de las calamidades naturales y después para mostrar devoción a los dioses (Drysdale *et al*, 1994). El interés por conocer las propiedades mecánicas de la mampostería nace por su uso en la construcción de la mayoría de los edificios religiosos históricos; sin menospreciar la utilización de la madera como material de construcción.

La mampostería básicamente está constituida por piezas sólidas y un aglomerante que las mantiene unidas. Considerando el aparejo, es posible clasificarla en dos tipos: regular e irregular; sin embargo, en ocasiones puede existir una combinación de ambas (Fig. 2.15; Fraser, 2007). La mampostería regular se compone de piezas, a veces talladas en escuadra (sillares o ladrillo), colocadas en un orden específico. La irregular es aquella con piezas de diferentes tamaños y sin un orden en particular. La constitución y el arreglo de las piezas sin un orden específico dan lugar a un material similar a un concreto ciclópeo, cuya calidad de las piezas y del aparejo dependen de los bancos de material más cercanos al sitio y del elemento estructural que se trate.

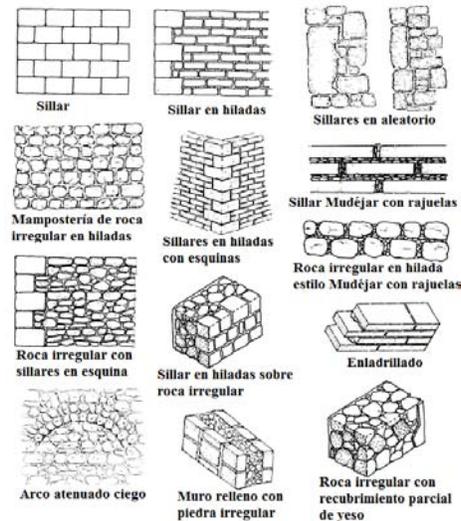


Figura 2.15. Diferente tipos de mampostería presentes en las iglesias

Las mamposterías con piezas bien escuadradas, con juntas de mortero muy delgadas y uniformes, llegan a desarrollar la resistencia de la piedra (Meli, 2011). En el caso de mampostería irregular los mecanismos de falla no se dan por agrietamiento de las piezas sino por la separación entre ellas. Esta clase de mamposterías suelen tener mayor resistencia a esfuerzos de tensión que las mampostería regulares, ya que no tienen planos de debilidad definidos por las juntas de mortero (García, 2007).

### 2.5.1. Materiales de la mampostería

Los materiales empleados con mayor frecuencia para las piezas de la mampostería fueron los de origen natural como la piedra. Otros de origen artificial, es decir, aquellos que se obtienen a través de un proceso, como en el caso de tabique, el estuco, el azulejo y la cal (Rodríguez, 2009). Se usaron también materiales y sistemas empleados desde la época prehispánica, como el adobe, el bajereque, el tejamil y la palma, incluso ramas y hojas de árboles.

La roca, por definición, es un material formado por minerales integrados en una masa compacta y sólida, de la cual surgen tres grupos: ígneas, metamórficas y sedimentarias. Las piedras que se utilizaron en la época virreinal pertenecen a los tres tipos de rocas mencionados; sin embargo, prevaleció el uso de las de origen volcánico (Rodríguez, 2009), es decir, las rocas ígneas, entre ellas la “*cantera*”, el *recinto* y el tezontle. De las rocas sedimentarias se usaron las piedras calizas y el tepetate; de las metamórficas, el tecali.

La *cantera*, refiriéndose a la piedra en sí, es bella por su diversidad en colores, como las canteras rosas de Querétaro, de Zacatecas y Morelia, y la piedra verde de Oaxaca; la cantera de Los Remedios es clara, pero una vez colocada se vuelve gris. Incluso existen canteras de otros colores como la amarilla en Oaxaca (fachada de la Basílica de Nuestra Señora de la Soledad y templo de San Felipe Neri). Este tipo de piedra es suave y se talla con facilidad, por eso la popularidad para construir con ella.

El *recinto* o piedra de molcajete es dura, negra y de gran resistencia a la abrasión, se usó en pavimentos, rodapiés, zoclos de basas. Otro tipo de piedra de origen volcánico es la chiluca, blanca y con pequeños puntos negros, que por su dureza se aprovechó para hacer escalones y alfardas. El Xaltocan es rosado oscuro, se extrae en laminados de apariencia agradable por su tersura. La piedra bola o de canto rodado se encontraba en los lechos pedregosos de los ríos, se usó como pavimentos en calles y patios de servicio. La piedra braza servía de mamposteo y era difícil de tallar.

El tezontle es originario del altiplano Central y está formado por espuma volcánica, por lo que es muy poroso y de color rojizo oscuro con muchos matices. Su cualidad sorprendente es la ligereza y, al mismo tiempo, su alta

resistencia a compresión; por eso fue importante para construir en suelos blandos como el suelo de la Ciudad de México. La porosidad del tezontle permitía una adherencia muy alta. Por lo general, se usó para construir núcleos de mampostería para las cimentaciones, los muros y, frecuentemente, para las cubiertas abovedadas del periodo Virreinal (Rodríguez, 2009).

El tecali, ónix o alabastro; es una roca metamórfica, natural de Puebla y Oaxaca, destacando la población de Tecali, en Puebla, donde más abunda este material. Con él se fabricaron elementos decorativos y para el mobiliario de templos, como pilas de agua bendita o púlpitos. Cuando se corta en placas delgadas es traslucido, por lo que se aprovecha para colocarlos en ventanas.

El adobe también se usó en determinados edificios civiles y religiosos. Se dice que es uno de los materiales de construcción más antiguos; en México, se empleo desde la época prehispánica. Cabe mencionar que cuando está bien seco y su fabricación es cuidadosa, llega a alcanzar una resistencia a compresión de 0.98 MPa (Rodríguez, 2009). Los muros hechos con adobes y contruidos correctamente eran de gran durabilidad, pero se les debía proteger de la humedad del suelo, desplantándolos sobre una base de piedra.

Una versión más avanzada del adobe fue el tabique. El tabique se producía por cocción en hornos, del cual se derivan dos tipos: el normal y el muy cocido; el primero era de color naranja y el segundo rojo oscuro, llamado *recocho*. El tabique es una pieza pequeña hecha para manejarse con una sola mano, y se empleo frecuentemente para cerrar y “amarrar” los vanos de puertas y ventanas; sin embargo, durante el siglo XVI se utilizó en arcos y bóvedas. Durante el segundo siglo del Virreinato su uso se extendió a muros y pisos (Rodríguez, 2009). Debido a su alto costo constructivo, en casos excepcionales y aislados, se construyeron edificios completos, por ejemplo, el convento de Atlahuetzía, Tlaxcala.

El uso de la cal en el virreinato fue para recubrimiento y como mortero; era un material escaso y caro durante esa época, especialmente durante el siglo XVIII (Rodríguez, 2009). La cal utilizada tradicionalmente en la construcción, conocida como *cal aérea*, estaba hecha de piedras calcáreas; se combinaba con arena para formar el mortero. Había diferentes tipos de mezclas para morteros del cual dependía su calidad: estaba la “real”, que se obtenía de una parte de cal y otro de arena; la “segunda” consistía de una de cal y dos de arena; y la “fina”, uno de cal y otra de arena cernida. En la arquitectura novohispana era común que los muros y el intradós de las bóvedas y cúpulas se recubrieran y aplanaran con mortero de cal y arena. El recubrimiento de cal tenía la finalidad de proteger la piedra de los efectos del intemperismo como: la humedad, los hongos, excremento de aves, insectos y otros agentes ambientales nocivos.

De acuerdo con Huerta (1990) se pueden obtener las propiedades mecánicas y de resistencia de cada uno de los materiales mencionados extrayéndolo de sus respectivas canteras; sin embargo, en edificios antiguos estos mismos materiales pudieron ir cambiando a través del tiempo, por lo que es necesario hacer pruebas experimentales particulares para conocer la resistencia del material, incluso indica que las características de un mismo material en diferentes canteras pueden variar. Suena difícil establecer las propiedades de cada material; sin embargo, se pueden dar propiedades promedios que engloben las propiedades mecánicas de acuerdo al tipo de material de la mampostería, pero los parámetros de comportamiento no lineal tendrán que ajustarse, de tal manera que los resultados concuerden con lo que se tiene en casos reales (Chávez, 2010).

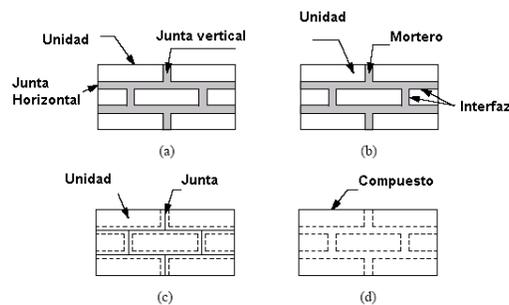
### **2.5.2. Modelado del comportamiento mecánico de la mampostería**

Básicamente las propiedades mecánicas de la mampostería están fuertemente ligadas con las propiedades individuales de los materiales de las piezas y el mortero. Desde los trabajos pioneros de Hilsdorf (1969), se acepta que, la diferencia en propiedades elásticas de la unidad y mortero es el precursor del daño de la mampostería. Sin embargo, también es necesario tener conocimiento del comportamiento en los puntos donde interactúan ambos componentes en los distintos tipos de aparejos.

Las características anisótropas y no-homogéneas de la mampostería surgen del arreglo geométrico de unidades y mortero (Fig. 2.16a). Dependiendo del tipo de aparejo es posible seleccionar el tipo de modelo a utilizar. En

aparejos regulares es más fácil considerar el comportamiento tanto de la pieza como del mortero, incluso el área de contacto de ambos. En aparejos irregulares es difícil conocer y representar el comportamiento de cada componente por separado, esto porque las piezas son de diferentes tamaños y están colocadas sin un orden específico, además de que es un tanto complicado representar la trayectoria del mortero.

En mamposterías regulares se puede modelar por separado el comportamiento de las piezas (unidad), juntas y el plano de interacción que se define entre ellas, llamado interfaz (Fig. 2.16b). En este sentido, en el marco del método del Elemento Finito, existen dos formas de analizarla, usando micro y macromodelos (Calderini y Lagomarsino, 2006); la selección de uno en particular depende de la aproximación y simplicidad deseadas. Los micromodelos pueden ser detallados y simplificados. En el primero las unidades, el mortero y la interfaz unidad-mortero se consideran por separado (Fig. 2.16c). En el segundo, el mortero, la interfaz y parte de las unidades se consideran como uno solo y las unidades, de menor tamaño del real, como otro (Bićanić *et al.*, 2002).



**Figura 2.16. Mampostería regular y su modelado: (a) componentes de la mampostería; (b) micromodelo detallado; (c) micromodelo simplificado; (d) macromodelo. Lourenço (1996)**

Posiblemente los micromodelos describan mejor el comportamiento de la mampostería pero la cantidad de elementos a considerar cuando se analiza una estructura completa se reflejará en un gran esfuerzo computacional y tiempo de solución. Además, en iglesias coloniales frecuentemente es difícil encontrar una que esté construida completamente con un mismo tipo de mampostería. Debido a que se construyeron en periodos largos, existen construcciones con combinaciones de diferentes tipos de aparejos y materiales (Fig. 2.17). Para facilitar el modelado de la mampostería es mejor considerarla como un material homogeneizado e isótropo, lo cual se logra con macro-modelos.



**Figura 2.17. Distintos tipos de mampostería en un mismo edificio religioso (Iglesia de Ejutla de Crespo, Oaxaca).**

En el macromodelo es posible englobar las características mecánicas de las unidades, mortero e interfaz unidad-mortero (Fig. 2.16d). Con este tipo de formulación se reduce el número de elementos, la capacidad de cómputo y el tiempo de proceso (Lourenço, 1996). Además, se pueden analizar edificios tanto con mamposterías regulares como irregulares, o ambas. La mampostería irregular se asemeja al concreto, por lo que se considera isótropo y homogéneo, pero con una menor resistencia a tensión. Por otro lado, también es posible modelar mamposterías con aparejos regulares, que usando técnicas de homogenización (Cluni y Gusella, 2004), pueden considerarse como material isótropo (u ortótropo).

Básicamente pueden usarse dos enfoques diferentes para la formulación de macro-modelos. El primero es describir el comportamiento del material con un criterio de falla simple tipo Hill, Rankine o Mohr-Coulomb. El segundo enfoque consiste en extensiones de formulaciones convencionales de materiales isotrópicos cuasi-frágiles, en los cuales se consideran diferentes criterios inelásticos para tensión y compresión; por ejemplo, un criterio de falla tipo Hill para compresión y otro tipo Rankine para tensión (Feenstra y De Borst, 1995).

Muchos elementos estructurales tales como muros, bóvedas, cúpulas, etc., están sujetos a un sinnúmero de variedades de estados de esfuerzos triaxiales producidos por cargas laterales. Por lo tanto, su comportamiento constitutivo bajo estados triaxiales de esfuerzos no se puede describir totalmente a partir de pruebas de carga uniaxial, haciendo necesario recurrir a formulaciones que consideren todas las posibles combinación de esfuerzos que se producen en la mampostería. Si los esfuerzos en uno de los sentidos del material de los elementos estructurales es relativamente mucho menor que los otros dos, es posible recurrir a funciones de falla biaxial, pero sí no lo es, no hay otra opción que recurrir a formulaciones triaxiales.

Las funciones de falla de estado de esfuerzos biaxial están basadas en valores máximos de resistencias para proveer una superficie envolvente (Naraine y Sinha, 1991). Estas funciones podrían funcionar para la mampostería cuando se puede analizar como ortótropa. En caso contrario, existen trabajos que establecen funciones de falla anisótropas (Seim, 1994). Uno de los modelos que funciona para modelar la mampostería es el de William y Warnke (1975). Los resultados encontrados por Chávez (2010) muestran que es adecuado para modelar el comportamiento de mamposterías sin refuerzo. Aunque este modelo se creó para concreto reforzado se puede usar para mampostería, solo ignorando el acero. El comportamiento cualitativo del material puede observarse en la Fig. 2.18. Las variables  $\sigma_{xp}$ ,  $\sigma_{yp}$  y  $\sigma_{zp}$  son los esfuerzos principales en cada dirección del material,  $f_t$  y  $f_c$  son las resistencias de tensión y compresión. Las demás variables se explican más adelante.

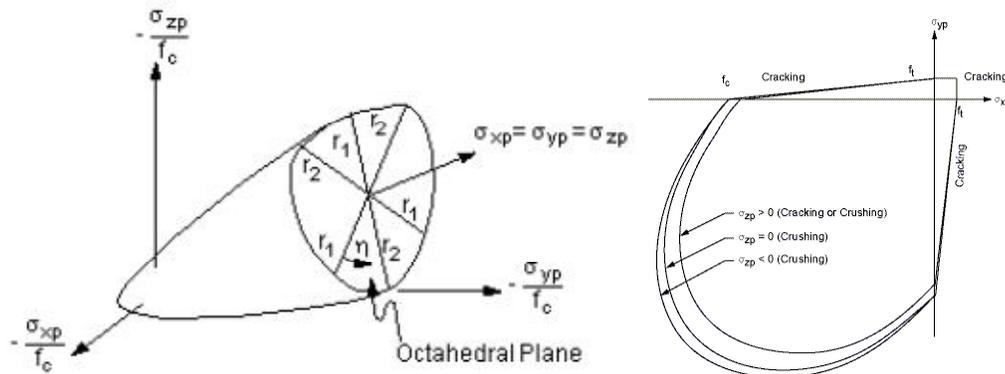


Figura 2.18. Superficie de falla de William y Warnke (1975); para un comportamiento triaxial y biaxial

Básicamente el criterio de falla que sigue el modelo de William y Warnke (1975) es:

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \quad (2.1)$$

$F$  representa el estado de esfuerzos del material y  $S$  es la superficie de falla. La falla del concreto se tiene en cuatro formas distintas, de las cuales se generaran el mismo número de superficies de fallas: compresión-compresión-compresión (Ec. 2.2), tensión-compresión-compresión (Ec. 2.3), tensión-tensión-compresión (Ec. 2.4) y tensión-tensión-tensión (Ec. 2.5).

$$S_1 = \frac{2r_2(r_2^2 - r_1^2) \cos \eta + r_2(2r_1 - p_2)[4(r_2^2 - r_1^2) \cos^2 \eta + 5r_1^2 - 4r_1r_2]^{\frac{1}{2}}}{4(r_2^2 - r_1^2) \cos^2 \eta + (r_2 - 2r_1)^2} \quad (2.2)$$

$$S_2 = \left(1 - \frac{\sigma_1}{f_t}\right) \frac{2p_2(p_2^2 - p_1^2) \cos \eta + p_2(2p_1 - p_2)[4(p_2^2 - p_1^2) \cos^2 \eta + 5p_1^2 - 4p_1p_2]^{\frac{1}{2}}}{4(p_2^2 - p_1^2) \cos^2 \eta + (p_2 - 2p_1)^2} \quad (2.3)$$

$$S_3 = \frac{f_t}{f_c} \left( 1 + \frac{\sigma_3}{f_c} \right) \quad (2.4)$$

$$S_4 = \frac{f_t}{f_c} \quad (2.5)$$

Donde  $\cos \eta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2}}}$ ,  $r$  y  $p$  son ecuaciones que deben solucionarse y son de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} r_1 &= a_0 + a_1 \xi + a_2 \xi^2 & p_1 &= a_0 + a_1 \chi + a_2 \chi^2 \\ r_2 &= b_0 + b_1 \xi + b_2 \xi^2 & p_2 &= b_0 + b_1 \chi + b_2 \chi^2 \end{aligned}$$

Donde  $\xi = \frac{\frac{1}{3}(\sigma_{xp} + \sigma_{yp} + \sigma_{zp})}{f_c}$  y  $\chi = \frac{1}{3}(\sigma_2 + \sigma_3)$ . Por otro lado,  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  son el máximo y mínimo, respectivamente del conjunto  $(\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp})$ , y  $\sigma_2$  toma el valor intermedio.

La selección modelos ortótropos o anisótropos dependerá de la simplicidad buscada para modelar el comportamiento de la mampostería y la similitud de los resultados numéricos con los presentados en ensayos y en la realidad. Además, hay que recordar que las funciones de falla están creadas de ensayos bajo condiciones de carga monótona, por lo que no hay que olvidar el fenómeno de ablandamiento y el comportamiento cíclico.

El ablandamiento (Fig. 2.18), definido como reducción gradual de resistencia bajo incrementos continuos de deformación, generalmente se modela con un enfoque de agrietamiento distribuido; donde se considera que a pesar del daño del material, éste es todavía un continuo. Con esta suposición, el daño localizado se representa por un escalar, asociado con la energía liberada por área agrietada unitaria (área bajo la curva esfuerzo-deformación,  $G_f$  y  $G_c$ ) y a una longitud equivalente, en cálculos de elementos finitos esta corresponde con el tamaño representativo del elemento. Dicha longitud también depende de la selección del tipo y forma del elemento, esquema de integración y del problema particular considerado. Así, resulta un modelo relacionado con la energía que se libera debido al daño irreversible del material. El fenómeno de ablandamiento a tensión se describe en forma detallada en Hordijk (1991) y a compresión en Van-Mier (1984) y Vonk (1992). En la Fig. 2.18 se muestran curvas de comportamiento a tensión y compresión, donde  $\sigma$  es el esfuerzo,  $\delta$  es el desplazamiento,  $f_t$  es la resistencia máxima de tensión y  $f_c$  es la resistencia a compresión.

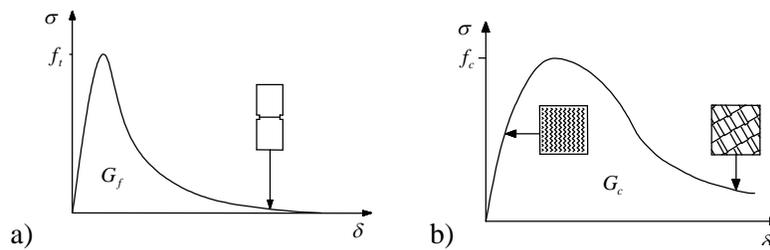


Figura 2.19. Ejemplos del fenómeno de ablandamiento. (a) tensión y (b) compresión; Lourenço (1996)

### 3. Macroelementos de una iglesia

Una de las complicaciones que se tienen al analizar el comportamiento sísmico no-lineal de una iglesia es encontrar su relación con los distintos daños que presenta. Las iglesias generalmente son de grandes dimensiones, lo que hace difícil evaluar el estado global de la estructura si los daños están distribuidos indistintamente por todo el edificio. Es por esto que una de las opciones viables sería analizarla por partes. El análisis de las iglesias en partes más pequeñas permitiría entender más claramente su comportamiento dinámico no-lineal. Además, dividir una iglesia reduciría el tamaño de los modelos, el tiempo de solución y simplificaría la interpretación de los resultados. Incluso, se podrían establecer similitudes de comportamiento de partes estructurales del mismo tipo; los cuales tiene la misma conformación, función y/o posición en la iglesia. De esta manera es más fácil correlacionar las características individuales de cada parte estructural con el daño observado después de un sismo y se podrían realizar diagnósticos con relativa rapidez, para identificar daños y/o la posibilidad de colapso parcial o total de las iglesias.

#### 3.1. Concepto del macroelemento

A cada parte en las que se divide una iglesia generalmente se le conoce como macroelemento. El concepto surge del estudio sistemático de los daños observados en iglesias después del sismo de 1976 en Friuli, Italia (Doglioni *et al.*, 1994). El objetivo del estudio fue el de registrar los daños de la gran variedad de iglesias afectadas por el sismo. Se hicieron comparaciones entre ellas para saber si existía una relación entre el daño y las características arquitectónicas/estructurales de las iglesias.

El estudio de Doglioni *et al.* (1994) no se hizo físicamente; se basó en fotografías de daños de 350 iglesias. La documentación fotográfica estaba dividida en tres etapas secuenciales: antes del sismo del 6 de mayo de 1976, entre el 6 de mayo y el sismo del 15 de septiembre y después del 15 de septiembre. Durante el estudio, Doglioni *et al.* (1994) observaron que las iglesias generalmente tienen configuraciones geométricas que definen secciones con diferente rigidez, que una vez dañadas tenían un comportamiento estructural prácticamente independiente del resto de la estructura. Además, se observó que la respuesta sísmica podía describirse de acuerdo con el tipo de daño. Este enfoque permitió una interpretación cualitativa del comportamiento de las iglesias a través del daño; resultó una idea fácil y adecuada para evaluar e investigar las partes más vulnerables de las iglesias de Italia.

Durante el estudio se presentaron dificultades en establecer una relación entre el daño ocasionado por los sismos y las diferentes partes de las iglesias. La documentación era incompleta, por lo que no se podía obtener información sobre las condiciones del edificio antes del sismo y de los daños ocurridos posteriores a éste. Para solucionarlo se propuso una clasificación tipológica para agrupar y tomar en cuenta las diferentes configuraciones estructurales de los edificios religiosos existentes. Después de clasificar y resumir las características individuales, surgió un problema más: tratar de cuantificar y sintetizar los diferentes daños ocurridos. La variedad de iglesias sumada a la de daños, parecía casi imposible establecer correlaciones entre elementos arquitectónicos estructurales y daño. Si se recurría a una división en secciones arbitrarias de las iglesias, se corría el riesgo de no hacer visible la función específica de cada parte en el comportamiento de la estructura completa.

Debido a las dificultades y consideraciones anteriores, Doglioni *et al.* (1994) asumieron como unidad de referencia una parte constructiva temporalmente llamada “macroelemento” (Fig. 3.1). El macroelemento es una parte de la iglesia, que puede corresponder, pero no necesariamente, a una parte identificable desde el punto de vista arquitectónico estructural (fachadas, naves, ábsides, capillas, etc.) Con esta idea fue posible localizar y evaluar los daños de las iglesias que podían generar la falla de sus componentes estructurales. Además, se pudo correlacionar los daños y el tipo de comportamiento que tuvo durante un sismo.

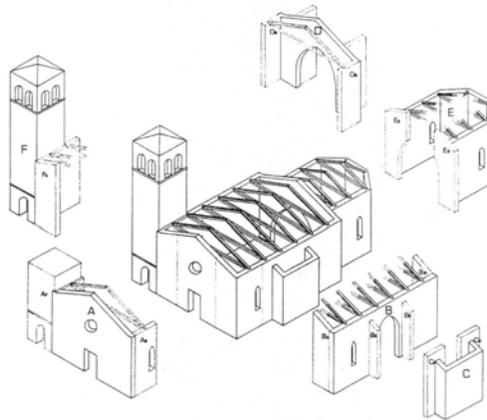


Figura 3.1. Macroelementos de las iglesias de Friuli, Italia (Doglioni et al., 1994)

Así, el concepto de macroelemento definido por Doglioni *et al.* (1994) surge del estudio general de los daños que se desarrollaron en las iglesias de Italia después de un sismo y representa un elemento estructural donde los patrones de daño frecuentes, y más críticos para su estabilidad, estarán parcial o completamente presentes. Para cuestiones numéricas se definen como partes de una iglesia que tienen un comportamiento estructural autónomo y unitario ante acciones sísmicas. A partir de estas consideraciones, resulta ideal para investigar el daño y vulnerabilidad local y global de las iglesias (Lagomarsino, 1998a, 1998b; Casolo *et al.*, 2000; Lagomarsino *et al.*, 2002; Lagomarsino y Podestà, 2004).

<p>1. OVERTURNING OF THE FACADE</p>	<p>2. DAMAGE AT THE TOP OF THE FACADE</p>
<p>3. SHEAR MECHANISMS IN THE FACADE</p>	<p>4. TRASVERSAL VIBRATION OF THE NAVE</p>
<p>5. TRIUMPHAL ARCH</p>	<p>6. VAULTS OF THE NAVE</p>
<p>7. HAMMERING OF THE ROOF COVERING</p>	<p>8. DOME</p>
<p>9. OVERTURNING OF THE APSE</p>	<p>10. VAULTS IN PRESBYTERY / APSE</p>

Figura 3.2. Tabla de daños de Lagomarsino (1998b)

Por ejemplo, Lagomarsino (1998b) desarrolló una metodología con base en macroelementos para evaluar el índice de daño global de las iglesias. El método no se basa en la evaluación numérica del daño sino en una interpretación subjetiva del mismo a través de 18 indicadores, los cuales incluyen los modos de falla más recurrentes (Fig. 3.2). Para establecer el estado del macroelemento, se identifica el tipo y nivel de daño, el cual se escala de acuerdo con la falla parcial o total más probable del macroelemento y se le da un valor de 0 a 1; 0 indica que no hay daño y 1 significa falla. Para conocer el estado global de la iglesia se promedian los índices de todos los macroelementos.

En investigaciones posteriores, Guerreiro *et al.* (2000) también utilizaron el concepto de macroelemento para analizar los daños de las iglesias de las islas Faial y Pico, Portugal, ocasionados por el sismo del 7 de julio de 1998.

Por lo tanto, el concepto de macroelemento genera una alternativa, sencilla y rápida, de análisis para la verificación de la estabilidad o diseños de reforzamiento de las iglesias.

### **3.2. Modelo numérico del macroelemento**

Para obtener los daños y modos de falla de los macroelementos es necesario representarlos adecuadamente en modelos para ser analizados a través de computadoras. El concepto del macroelemento por daño evita considerar las condiciones de frontera que existen entre ellos y así analizar, por separado, cada parte de la iglesia. Es aquí donde surge el concepto de macroelemento numérico. Este se define como un elemento estructural sin condiciones de unión con otra parte estructural, que podrá analizarse independientemente y cuya respuesta junto a la de los demás macroelementos representarán el comportamiento global de la iglesia. El macroelemento que definen Doglioni *et al.* (1994) se le denominará macroelemento por daño para diferenciarlo del numérico. Sin embargo, el macroelemento numérico contiene al definido por Doglioni *et al.* (1994), por eso se considera que el conocimiento del daño de una iglesia es la base fundamental para crear los modelos numéricos.

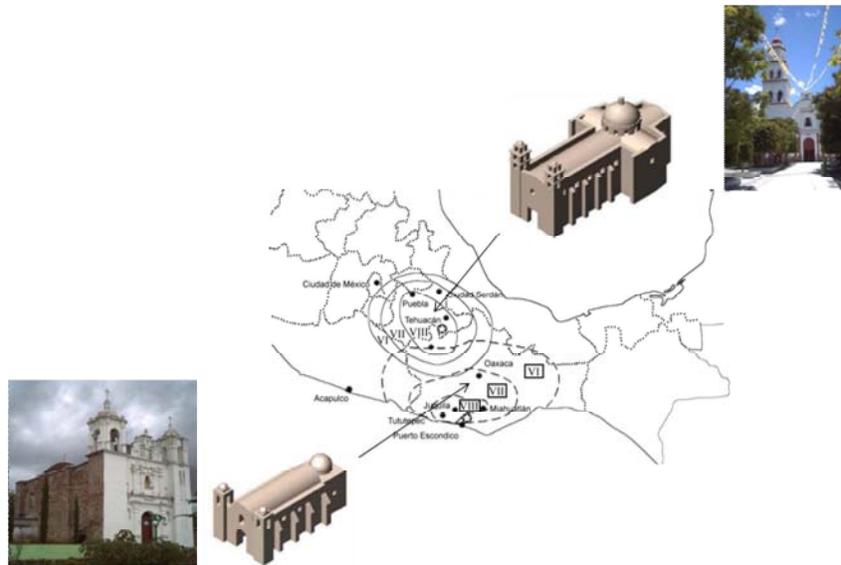
Los macroelementos numéricos tienen una geometría un poco mayor que la de los macroelementos por daño, ya que consideran el área donde ocurren las divisiones de la iglesia y de las cuales se crean los macroelementos. Esta área es definida como banda o zona de sobreposición que pertenece a dos macroelementos numéricos contiguos, por lo que su definición es necesaria para entender el comportamiento completo del macroelemento por daño. El estado en el que queda un macroelemento se considera estructuralmente más crítico que cuando está unido al resto de los que componen la iglesia, esto considerando la hipótesis de que la estructura está desplantada en suelo duro, por lo que se tendrá una evaluación estructural más conservadora.

Obviamente una iglesia probablemente estará compuesta de varios, y diversos, macroelementos. Por lo que para evaluar la iglesia completa, cada macroelemento es analizado para evaluar su comportamiento e identificar los patrones de daño que lo lleven a la falla o al colapso. Si todos los macroelementos fallan durante un análisis sísmico, entonces la iglesia completa falla, pero si solo uno de ellos falla, entonces se podrá decir que parcialmente el edificio es vulnerable y se tendrá que tener especial atención en esa parte del edificio que falló.

### **3.3. Estudios previos de daños para establecer los macroelementos de las iglesias de México**

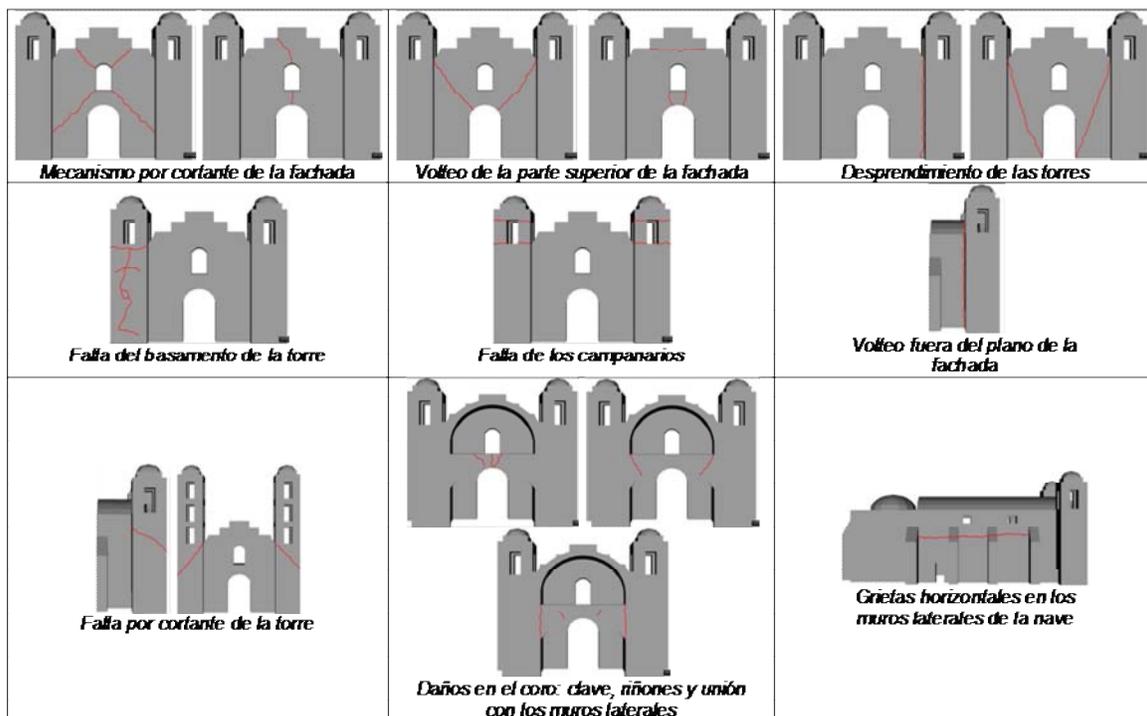
Para evaluar la respuesta estructural ante un sismo de las iglesias de México, Celestino (2003) estudió los daños, modos de falla y mecanismos de colapso de los templos de los Estados de Oaxaca y Puebla, México. La información se obtuvo de los expedientes de las oficinas del Instituto Nacional de Antropología e Historia (INAH) de templos afectados por los sismos del 15 de junio (Puebla) y 30 de septiembre de 1999 (Oaxaca). Las iglesias de Oaxaca y Puebla han sido una de las mayores fuentes de información acerca del comportamiento y daño de templos, ya que cuentan con una gran cantidad de ellas y porque están en una zona donde suceden sismos de baja y alta intensidad con relativa frecuencia.

Con base en los daños, plantas arquitectónicas y macroelementos recurrentes, se establecieron dos templos tipo que representaran a la mayoría de las iglesias presentes en los Estados de Oaxaca y Puebla: las de una nave y de cruz latina. Castellanos (2004) creó el modelo de Oaxaca y Morales (2004) el de Puebla, Fig. 3.3; sin embargo, Celestino (2003) estableció las características y dimensiones de ambas. Una de las diferencias principales que resalta de estos dos templos, es que el de Puebla incluye un transepto y un crucero con cúpula, y el de Oaxaca no. También la altura general del edificio y sus torres de campanarios suelen ser mucho mayor que el de Oaxaca.

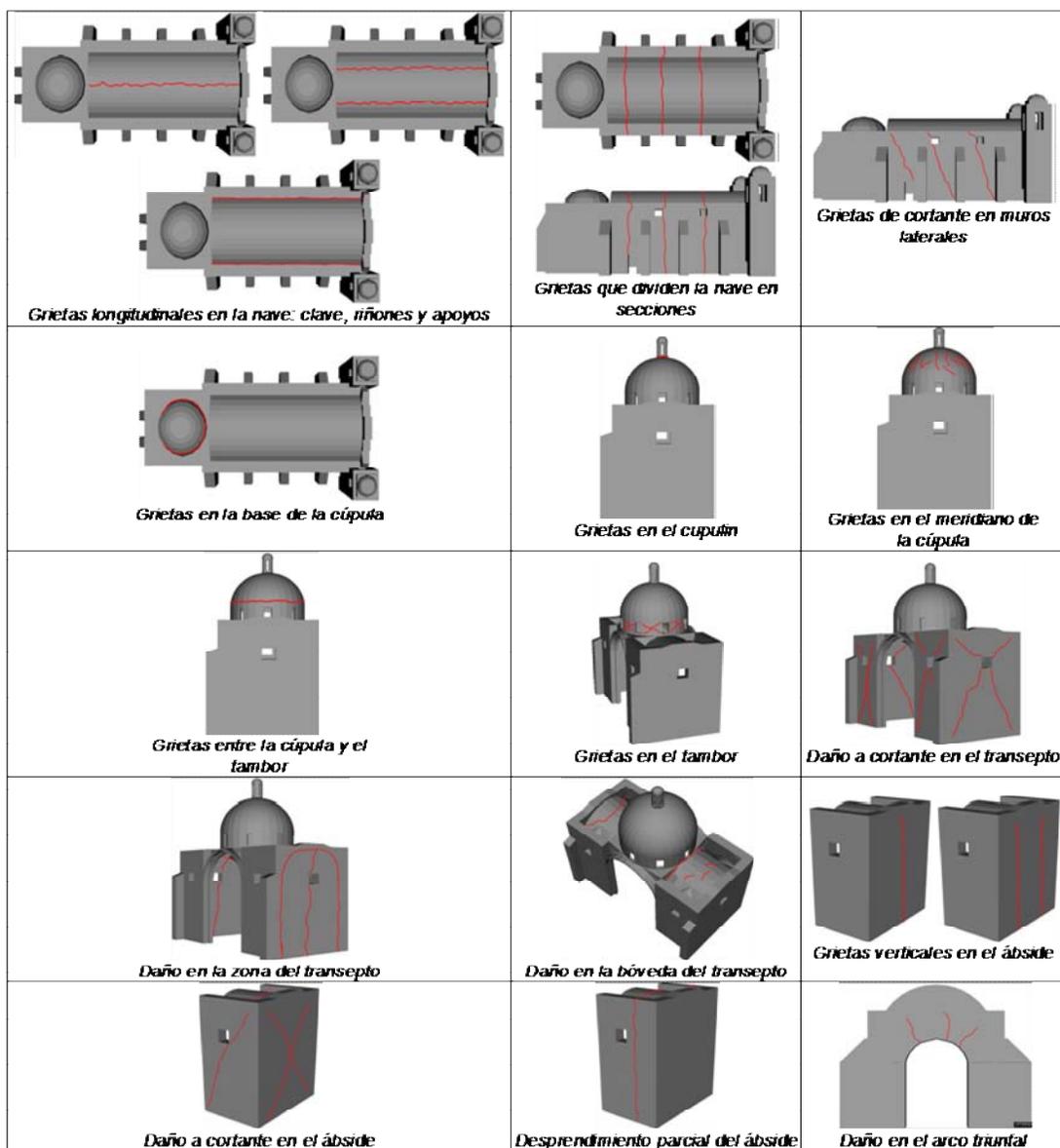


*Figura 3.3. Iglesias típicas de los Estados de Oaxaca y Puebla, México (Castellanos, 2004; Morales, 2004)*

Celestino (2003) recopiló los patrones de daños más comunes de los macroelementos y estudio la frecuencia con la que se presentaban en el grupo de iglesias de estudio. Los macroelementos fueron los siguientes: fachada, torres, coro, nave, transepto y ábside. En la Fig. 3.4 se presenta el resumen de los daños y los modos de falla más recurrentes.



*Figura 3.4. Mecanismos y daños encontrados por Celestino (2003) – parte 1*



*Figura 3.4. Mecanismos y daños encontrados por Celestino (2003) – parte 2 (continuación)*

### 3.4. Procedimiento para delimitar los macroelementos de una iglesia

Se propone un procedimiento para definir los macroelementos numéricos de una iglesia. Dentro del cual se usan dos fórmulas, la masa y correlación modal. La primera es para identificar las partes de la iglesia donde se concentra la mayor cantidad de masa modal y la otra permite encontrar la similitud de dos formas modales de dos modelos distintos. Cuando se han analizado estos dos parámetros es necesario comparar los periodos de los modos que presentan una correlación alta. En caso de que sus valores sean muy diferentes es necesario corregir los macroelementos, es decir, adicionando una parte más de estructura.

El concepto de masa modal viene de cómo la masa de una estructura se distribuye a través de los modos de vibrar (Chopra, 2000). Por ejemplo, en la Fig. 3.5 se observa como las masas de una estructura tridimensional, que actúan sólo en la dirección transversal, quedan distribuidas en cada modo de vibrar. Las masas del modo 1 particularmente quedan concentradas cerca de donde se encuentran los dos elementos más altos de la estructura, el resto de ella tiene valores de masas cercanas a cero; el cero en la Fig. 3.5 no indica que no existe masa sino que el valor es muy pequeño. En el modo 2 pasa lo contrario que en el modo 1, toda la masa se concentra en el resto de la estructura y las masas son prácticamente cero cerca de los elementos altos. La cantidad de masa

contenida en cada modo va disminuyendo a medida que crece su número, como se muestra en la Fig. 3.5. Las configuraciones de masas nos dan una idea como la respuesta de la estructura dependen, en ciertos casos, de determinadas partes de la estructura.

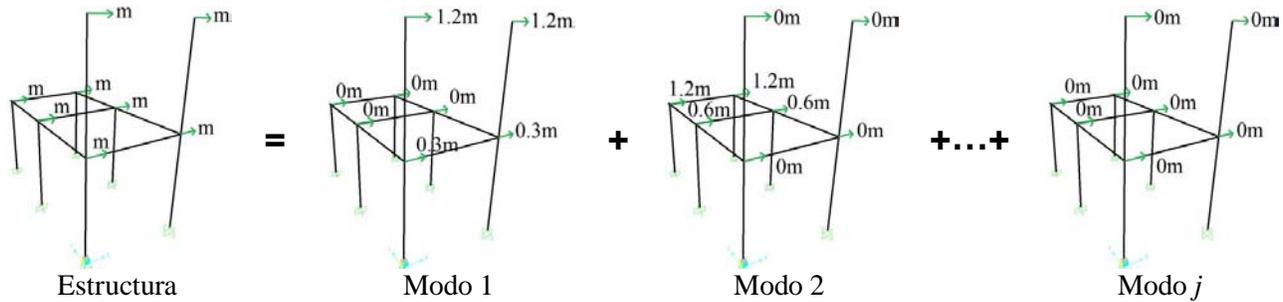


Figura 3.5. Distribución de masas por modos

La respuesta de cada parte de la estructura y su contribución a la respuesta también puede medirse a través de un enfoque energético. Partiendo de la ecuación del equilibrio dinámico de un sistema de  $N$  grados de libertad ( $NGDL$ ) con excitación en la base es posible llegar a la ecuación de balance energético, sólo es necesario multiplicar la Ec. 3.1 por  $\dot{\mathbf{u}}dt$  e integrar (Ec. 3.2).

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = -\mathbf{m}\mathbf{1}\ddot{u}_g(t) \quad (3.1)$$

$$\int_0^{t_f} (\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{u}^T \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} + \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{k} \mathbf{u}) dt = \int_0^{t_f} (-\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m} \mathbf{1} \ddot{u}_g(t)) dt \quad (3.2)$$

El símbolo  $\mathbf{m}$  es la matriz de masa,  $\mathbf{c}$  es la matriz de amortiguamiento y  $\mathbf{k}$  es la matriz de rigidez,  $\mathbf{1}$  es la matriz de transferencia pseudoestática, y  $\ddot{u}_g(t)$  es la aceleración del terreno que está en función del tiempo  $t$ .  $\mathbf{u}$ ,  $\dot{\mathbf{u}}$  y  $\ddot{\mathbf{u}}$  son los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración, respectivamente de la estructura y también están en función del tiempo.  $t_f$  es el tiempo final y  $dt$  es el diferencial de tiempo. De acuerdo con Chopra (2000), la respuesta total de una estructura se puede determinar calculando la contribución de cada modo de vibrar. La definición de estos términos proviene del concepto *Expansión modal de desplazamientos* que dice que cualquier conjunto de  $J$  vectores independientes se puede usar como base para representar cualquier otro vector de orden  $N$ , si  $J = N$ . Una vez desacoplado el sistema de la Ec. 3.2 a través de operaciones matemáticas, Chopra (2000) llegó a la conclusión de que la respuesta del modo  $j$  puede calcularse determinando la respuesta de un sistema de un grado de libertad ( $UGDL$ ), y cuya suma de  $N$  sistemas  $UGDL$  se obtiene la respuesta total; en caso de usarse sólo  $J (<N)$  sistemas  $UGDL$  se tendrá una respuesta aproximada a la total. Así se tiene que

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{j=1}^N \Gamma_j \boldsymbol{\phi}_j D_j(t) = \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Phi} \mathbf{D} \quad (3.3)$$

Donde  $D_j$  es la respuesta de desplazamiento de un sistema  $UGDL$  con periodo del modo  $j$ ,  $\boldsymbol{\phi}_j$  son las coordenadas generalizadas del modo  $j$  y  $\Gamma_j$  se llama factor de participación modal, el cual representa la contribución a la respuesta en las distintas direcciones del modelo de análisis.  $\boldsymbol{\Gamma}$  es una matriz diagonal de  $N \times N$ ,  $\boldsymbol{\Phi}$  es del mismo orden y  $\mathbf{D}$  es un vector de  $N \times 1$ . Siguiendo la misma idea, Chopra (2000) también propone representar la distribución espacial de la fuerza sísmica efectiva  $\mathbf{m}\mathbf{1}$  a través de la expansión modal como

$$\mathbf{m}\mathbf{1} = \sum_{j=1}^N \Gamma_j \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_j = \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{m} \boldsymbol{\Phi} \quad (3.4)$$

Tomando el término derecho de la Ec. 3.2 y sustituyendo las Ecs. 3.3 y 3.4 se obtiene la Ec. 3.5; la cual es una propuesta de esta tesis para calcular la energía de entrada por cada modo de vibrar de la estructura y se describirá detalladamente más adelante. Por lo tanto, la energía de entrada elástica que el modo  $j$  ( $E_j^e$ ) introduciría a la estructura sería,

$$E_j^e = - \int_0^{t_f} ([\Gamma_j \boldsymbol{\phi}_j^T D_j(t)] [\Gamma_j \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_j \ddot{u}_g(t)]) dt = -\Gamma_j^2 \boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_j [\int_0^{t_f} D_j(t) \ddot{u}_g(t) dt] \quad (3.5)$$

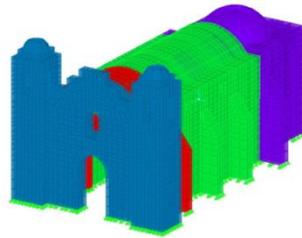
$$\Gamma_j^2 = \text{Masa del modo } j \quad (3.6)$$

$$M_j = \boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_j = 1 \quad (3.7)$$

$$E(T_j) = - \int_0^{t_f} D_j(t) \ddot{u}_g(t) dt \quad (3.8)$$

De la Ec. 3.5 se derivan tres parámetros importantes: la masa contenida en cada modo,  $\Gamma_j^2$  (Ec. 3.6); la masa modal normalizada,  $M_j$ , (Ec. 3.7); y la energía de entrada elástica de un sistema de *UGDL* con masa unitaria y periodo  $T_j$ ,  $E(T_j)$ , (Ec. 3.8).

El valor de  $\Gamma_j^2$  ayuda a conocer la dirección de la respuesta, respecto a los ejes del modelo de análisis, en la cual el modo de vibrar es más importante. Generalmente se determinan tres por modo, sus valores indicarán la cantidad de masa modal y la influencia en la respuesta global en cada dirección de análisis.  $M_j$  es un factor que toma en cuenta la participación de cada nodo en la energía de entrada por modo de vibrar de la estructura. Además, considera la distribución y cantidad de masa actuante en cada grado de libertad, porque es la sumatoria de la coordenada generalizada al cuadrado por la masa de cada nodo de la estructura. Cuando su valor es 1, indica que se han considerado cada uno de los nodos del modelo y se tendrá la energía de entrada total de un modo. Por eso, si se toma el conjunto de todos los nodos y se separan en grupos de acuerdo a las posibles macroelementos, es posible estimar qué parte de la iglesia tiene mayor influencia en los modos. De esta manera, la suma total de la masa modal de todos los grupos ( $M_j^{\text{sección}}$ ) debe ser igual a  $M_j = 1$  del modelo completo (Fig. 3.6). El modo  $j$  se asociará con el grupo que posea el mayor valor de  $M_j^{\text{sección}}$ .



$$M_j^{\text{Fachada}} + M_j^{\text{Coro}} + M_j^{\text{Nave}} + M_j^{\text{Ábside}} = M_j = 1$$

Figura 3.6. Ejemplo de seccionamiento de las iglesias de Oaxaca: a) fachada, b) coro, c) nave y d) ábside

Una vez que se identifican los modos y su relación con cada parte de la iglesia, es necesario revisar si estos se mantienen en cada macroelemento en los que se dividirá, con lo cual se asegura que su comportamiento será aproximadamente el mismo. Para esto se usa el parámetro de correlación modal. Algunos autores lo comparan con el parámetro MAC, *Criterio de garantía modal* (Gentile y Saisi, 2007). La correlación modal (Ec. 3.9) indica la similitud entre dos modos y considera que son prácticamente iguales cuando se tiene un valor entre 0.80-1.00 o completamente diferentes si su valor está entre 0-0.40 (Gentile y Saisi, 2007). Los modos cuya correlación sea menor de 0.8 y mayor que 0.40 también se considerarán que son totalmente diferentes.

$$\text{Corr}(\boldsymbol{\phi}_A \boldsymbol{\phi}_B) = \frac{(\boldsymbol{\phi}_A^T \boldsymbol{\phi}_B)^2}{(\boldsymbol{\phi}_A^T \boldsymbol{\phi}_A)(\boldsymbol{\phi}_B^T \boldsymbol{\phi}_B)} \quad (3.9)$$

El coeficiente de correlación utiliza las coordenadas generalizadas del modo  $j$  de la sección de la iglesia completa ( $\boldsymbol{\phi}_A$ ) y el modo  $p$  de un macroelemento ( $\boldsymbol{\phi}_B$ ). Es preferible que el número de grados de libertad de ambos modelos coincida (Fig. 3.7), para que se facilite el producto de vectores.

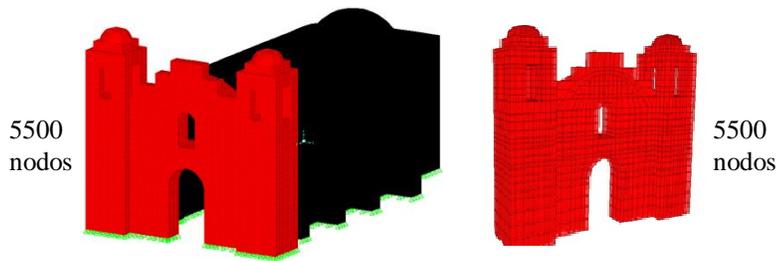


Figura 3.7. El número de nodo deben coincidir entre la sección de la iglesia y el macroelemento correspondiente

### 3.4.1. Preseccionamiento de la iglesia

El preseccionamiento es el primer paso antes de poder definir los macroelementos. Es necesario verificar si las partes de la iglesia, todavía unidas, pueden tener un comportamiento independiente antes de dar lugar a los macroelementos. Esto se hará con la ayuda de las Ecs. 3.7 y 3.9. Para mostrar el procedimiento, las iglesias típicas del estado de Oaxaca y Puebla (Castellanos, 2004; Morales, 2004), se dividirán en secciones para analizar el comportamiento de cada parte estructural que la compone. La iglesia de Oaxaca tendrá las secciones: fachada, coro, nave y ábside (Fig. 3.8a) y la de Puebla: fachada, nave, transepto y ábside (Fig. 3.8b). El material de ambas iglesias tienen las mismas características:  $E = 1961 \text{ Mpa}$ , densidad =  $1600 \text{ kg/m}^3$  y módulo de Poisson =  $0.20$ .

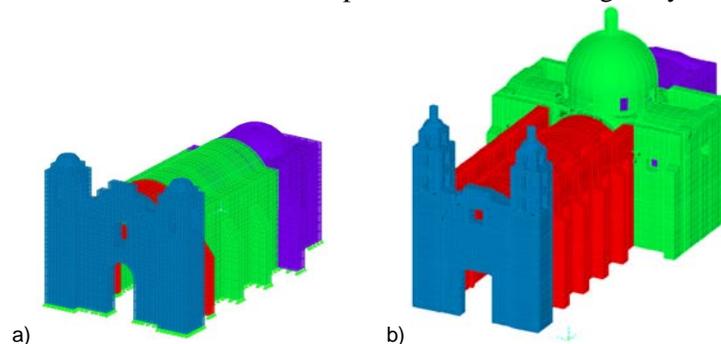


Figura 3.8. Seccionamiento de las iglesias; a) Oaxaca: fachada, coro, nave y ábside; b) Puebla: fachada, nave, transepto y ábside

El número de modos a revisar serán los necesarios para alcanzar el 90% de la masa total de la estructura ( $mt$ ), de esta manera se asegura una respuesta aproximada al de considerar el 100%. Con los primeros 200 modos, la iglesia de Oaxaca alcanza aproximadamente el 92.2% de la masa en la dirección transversal y longitudinal (Fig. 3.9a); sin embargo, en la dirección vertical sólo se tiene 85.4%. Para la iglesia de Puebla fue necesario calcular 300 modos para lograr el 90% de  $mt$  en la dirección longitudinal y transversal, y el 84% en la dirección vertical (Fig. 3.9b). El periodo del primer modo de la iglesia de Oaxaca es  $0.1554 \text{ s}$  y concentra el 50% de  $mt$  de la estructura. En cambio, el periodo de la iglesia de Puebla es de  $0.3956 \text{ s}$  con el 40% de la  $mt$ . Aquí sobresale la teoría de que difícilmente se puede obtener una respuesta adecuada de las iglesias con un solo modo de vibrar al no tener más del 90% de  $mt$ .

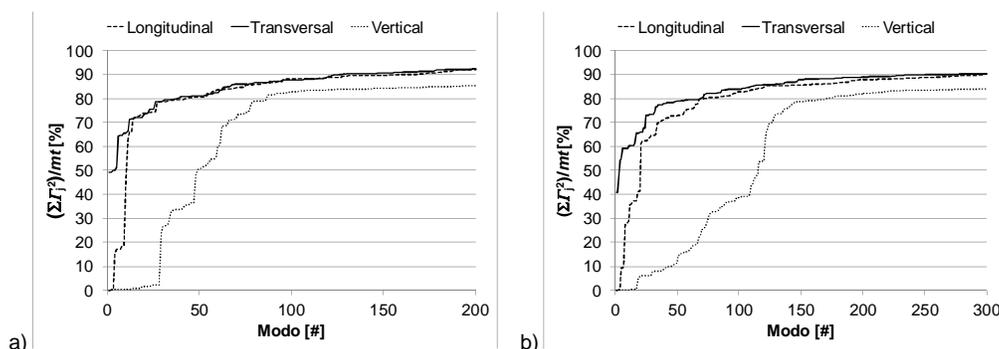


Figura 3.9. Masa acumulada por modos en las tres direcciones globales de las iglesias de: a) Oaxaca y b) Puebla

En las Figs. 3.10a y 3.10b se muestran las formas de los primeros modos de las iglesias de Oaxaca y Puebla. Los colores representan el valor relativo de las coordenadas generalizadas. Los valores van de 0 a 1 con intervalos de 0.1; 1 representa a la coordenada de mayor valor (rojo) y 0 a la de menor valor (azul). De acuerdo con la Ec. 3.3 las coordenadas generalizadas son invariables en el tiempo, en el rango elástico, y mantienen una relación directa con los desplazamientos. Entonces, es posible deducir que el primer modo de ambas iglesias refleja un movimiento transversal de la estructura; particularmente de mayor magnitud en la bóveda. Parte del ábside, y del transepto, tienen valores muy cercanos a cero, es decir, prácticamente no se mueven. El posible movimiento lateral de la nave produce un empuje de la fachada fuera de su plano; la torre izquierda se desplaza hacia fuera del plano de la fachada y la torre derecha, en sentido contrario.

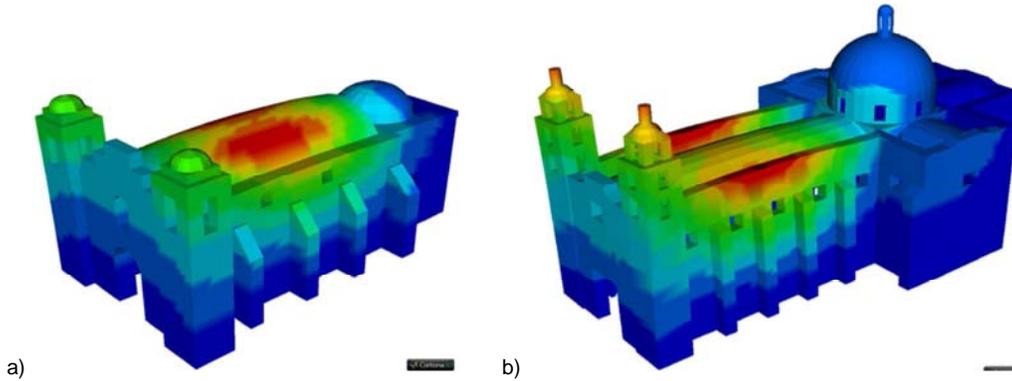


Figura 3.10. Forma y mapa de coordenadas generalizadas del primer modo de las iglesias: a) Oaxaca y b) Puebla

### 3.4.2. Asociación de los modos de vibrar con cada sección de la iglesia

Las Figs. 3.11a y 3.11b muestran el valor de  $M_j^{Sección}$  de los primeros 25 modos de las iglesias; hay que recordar que son 200 modos en total del modelo de Oaxaca y 300 de la de Puebla. De dichas figuras se puede encontrar la relación entre los modos de vibrar y la sección. Por ejemplo, en la iglesia de Oaxaca el mayor valor de  $M_j^{Sección}$  en los modos 3, 4, 5 y 8 provienen de la fachada, por lo que están más asociados con el movimiento de ella. Así mismo, los modos 2 y 16 pueden considerarse de la nave, porque  $M_2^{Nave}$  y  $M_{16}^{Nave}$  contribuyen con la mayor parte de  $M_2$  y  $M_{16}$ , respectivamente. Ningún modo de vibrar se puede considerar del coro ya que no domina en los  $M_j$ 's. El modo 24 pertenece al ábside. Para la iglesia de Puebla, también se encontraron modos relacionados con las diferentes secciones en las que se dividió; por ejemplo, los modos 5, 6, 13 y 14 se consideran del transepto.

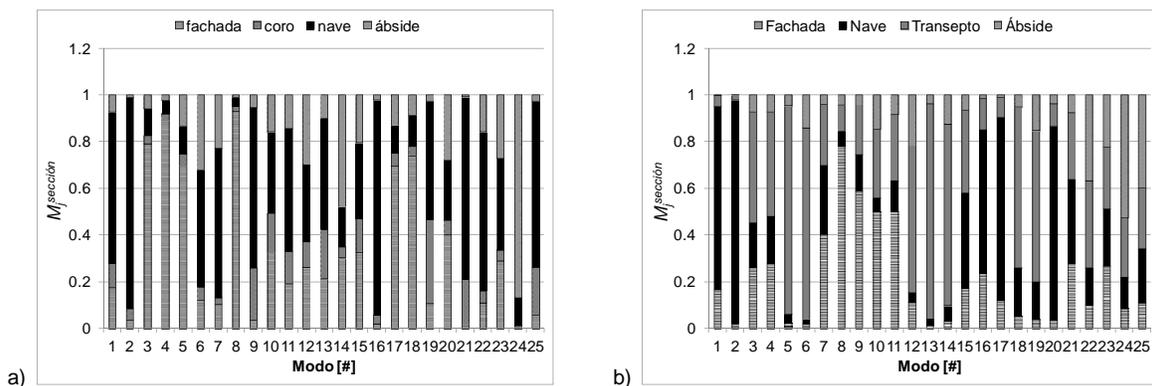


Figura 3.11. Relación de Masa modal de cada macroelemento en la dirección (a) Oaxaca y (b) Puebla

También existen ciertos modos de vibrar que incluyen todas las partes de la iglesia, ya que no domina el valor de  $M_j^{Sección}$  de una sección en particular. Por ejemplo, el  $M_{12} = 1$  de la iglesia de Oaxaca, aproximadamente el 26% (0.26) de su valor corresponde a la sección de la fachada, 11% (0.11) al coro, 33% (0.33) a la nave y 30% (0.30) al ábside; aunque la mayor parte del valor de  $M_{12}$  proviene del coro, no se puede establecer que el modo

sea de esta sección. Es el mismo caso con  $M_{23}$  de la iglesia de Puebla, el 27% de su valor proviene de la fachada, el 25% de la nave, el 26% del transepto y el 22% del ábside, así es difícil relacionar este modo con una parte de la iglesia.

Para determinar el porcentaje mínimo a partir del cual se puede considerar que un modo de vibrar está relacionado a una parte de la iglesia, se hace un análisis de  $M_j^{Sección}$  y de la forma modal. El intervalo estudiado de  $M_j^{Sección}$  es de 0.6 a 1.0. En la Fig. 3.12 se muestran la forma modal con el mapa de las coordenadas generalizadas de cada sección de la iglesia de Oaxaca para distintos intervalos de  $M_j^{Sección}$ . Los valores de las coordenadas generalizadas se colorearon de acuerdo con los valores relativos al máximo, el color rojo es el máximo y el azul es el mínimo. Hay que recordar que estas dan una idea del movimiento de las estructuras, ya que su valor no varía en el tiempo (intervalo elástico) y están relacionadas con los desplazamientos (Ec. 3.3.)

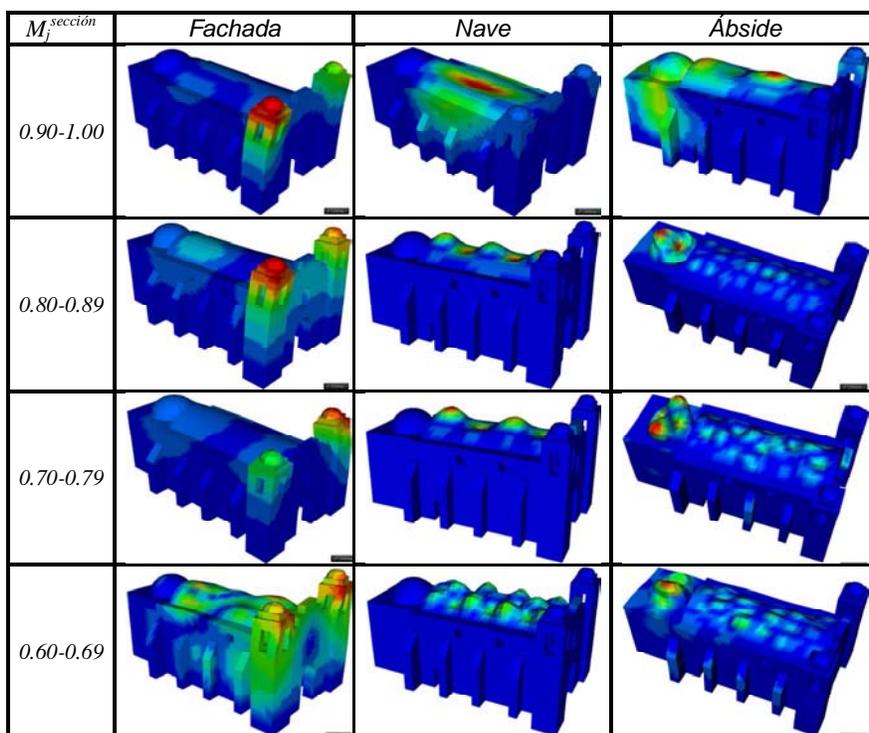
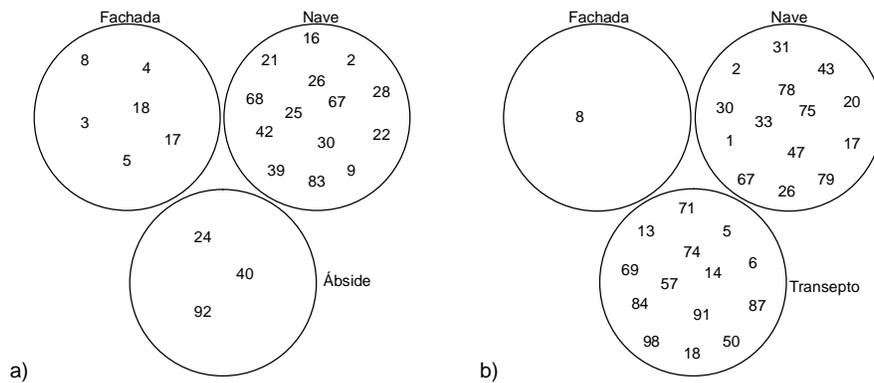


Figura 3.12. Forma y mapa de coordenadas generalizadas de cada modo para distintos valores de  $M_j^{Sección}$

Cuando una sección de la estructura tiene valores de  $M_j^{Sección}$  que están en el intervalo de 0.90 a 1.00, las coordenadas generalizadas con mayor valor efectivamente se concentran sobre dicha sección, lo cual se puede apreciar en la Fig. 3.12. Bajo este rango la sección tendrá mayor desplazamiento y gran parte de la energía de entrada del modo de vibrar que el resto de la iglesia. A medida que el valor de  $M_j^{Sección}$  baja, los modos de vibrar empieza a incluir la participación de las demás secciones de la iglesia. Cuando se tienen valores de 0.60 al 0.69, en el caso de la sección fachada, ya no es posible apreciar claramente que el modo solo incluya el movimiento de ella, ya que también está el de la nave. Lo mismo pasa para el caso de la sección ábside, el modo muestra el movimiento de su cúpula y el de la bóveda de la nave. Por el contrario, en el caso de la nave sí se puede apreciar claramente que el modo sólo muestra el movimiento de ella. Considerando el caso de la fachada como límite inferior, se establece que un modo de vibrar pertenece a una sección particular de la iglesia cuando el valor de  $M_j^{Sección}$  sea mayor a 0.7.

Entonces, considerando sólo los modos de las iglesias de Oaxaca y Puebla con valores mayores de  $M_j^{Sección}$  a 0.7, en la Fig. 3.13 se colocan esquemáticamente por sección para cada iglesia. Hay que recordar que son modos donde el movimiento y energía de una de las secciones domina. En el caso de la iglesia de Oaxaca (Fig. 3.13a),

la nave tuvo mayor número de modos (14) que la fachada (6) y el ábside (3); el coro no presenta modos. Con respecto a la iglesia de Puebla, la nave y el transepto tuvieron igual número de modos, 14 en total, la fachada sólo tuvo uno y el ábside ninguno (Fig. 3.13b). En general, la Fig. 3.13 da una idea de la viabilidad de la división de las iglesias. La iglesia de Oaxaca tiene 3 posibles macroelementos: Fachada, Nave y Ábside. La iglesia de Puebla también tendría tres: Fachada, Nave y Transepto. El Coro de la iglesia de Oaxaca y el Ábside de Puebla tendrían que formar parte de otros macroelementos. Por ejemplo, el coro podría incorporarse a la Fachada o a la Nave. En cambio, el ábside sólo puede adjuntarse al Transepto.



### 3.4.3. Propuesta de los macroelementos de una iglesia

Se tomarán las secciones del apartado anterior, con excepción del coro de la iglesia de Oaxaca y el ábside de la iglesia de Puebla, para definir los macroelementos numéricos (Figs. 3.14 y 3.15); es necesario enfatizar que los macroelementos dejan de tener continuidad entre sí. El principal objetivo es identificar los modos que se presentan en cada sección de la iglesia y en los macroelementos, de esta manera se asegura que el comportamiento elástico de cada parte de la iglesia se mantenga, aún con la división. La correlación modal, Ec. 3.9, ayudará a localizar dichos modos.

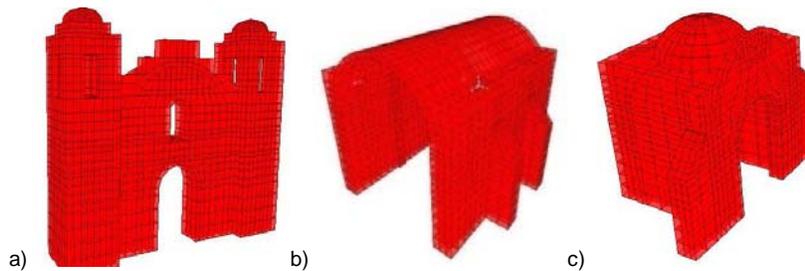


Figura 3.14. Macroelementos de las iglesias de Oaxaca: a) Fachada, b) Nave y c) Ábside

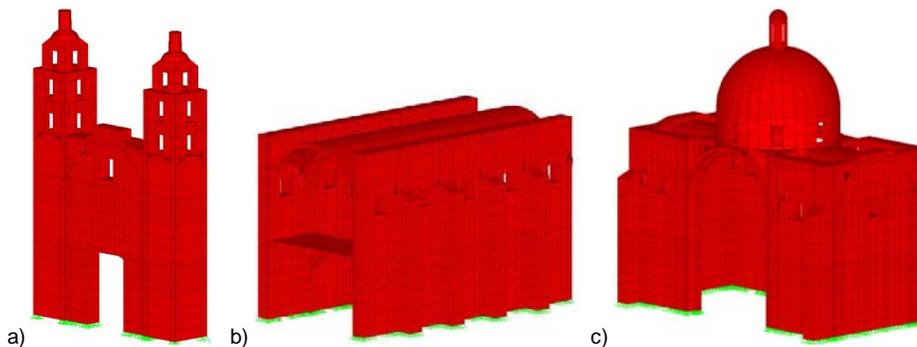


Figura 3.15. Macroelementos de las iglesias de Puebla: a) Fachada, b) Nave y c) Transepto

### 3.4.4. Verificación modal de los macroelementos

El estudio se realiza comparando cada uno de los 100 primeros modos de los macroelementos con cada uno de los 200 y 300 primeros modos de la iglesia de Oaxaca y Puebla. Se usaron 100 modos de los macroelementos de las dos iglesias porque con esto se alcanzó más del 90% de la masa tanto en la dirección transversal, longitudinal y vertical de los modelos. Con esto se generan entre 20000 y 30000 comparaciones por cada macroelemento. De estas comparaciones se seleccionan aquellas correlaciones que tengan un valor mayor a 0.80 (Gentile y Saisi, 2007). Después de determinar qué modos cumplen con dicha correlación, se hace una comparación gráfica.

En las Tablas 3.1 y 3.2 se muestran los modos con correlaciones mayores a 0.8. Las columnas contienen el periodo en segundos y, entre paréntesis, el número de modo; además, del valor de correlación. Para el caso de la iglesia de Oaxaca, Los macroelementos Fachada y el Ábside reproducen 11 modos que se tienen en la iglesia completa, y la Nave sólo 2. En el caso de la iglesia de Puebla se tuvieron 9 modos del macroelemento Fachada, 2 de la Nave y 22 del Transepto. Además de encontrar formas modales similares, se comparan los periodos de los modos con correlaciones mayores a 0.8. Por ejemplo, el modo 8 de la sección de la fachada de la iglesia se correlaciona con el modo 5 del macroelemento, y ambos tienen periodos muy similares, 0.0877 s y 0.0903 s, respectivamente. Se resaltaron en **negrita** los valores de los modos que están relacionados con una sección de la iglesia, de esta manera se identificarán aquellos que se mantuvieron a pesar de la división del modelo; por ejemplo, los modos 8, 2, 40 y 92 de la iglesia de Oaxaca. El único que incrementó en periodo fue el modo 2 en el macroelemento Nave, los demás mantienen aproximadamente el mismo valor. Este cambio se puede explicar por el hecho de que la nave queda más flexible cuando se separa del resto de la iglesia.

**Tabla 3.1. Modos con correlaciones mayores a 0.8 entre iglesia y macroelementos: Oaxaca**

Fachada			Nave			Ábside		
Iglesia	Macroel.	Correl.	Iglesia	Macroel.	Correl.	Iglesia	Macroel.	Correl.
0.1554 (1)	0.1269 (3)	0.9024	0.1554 (1)	0.2721 (1)	0.9717	0.1554 (1)	0.1094 (2)	0.9178
0.1277 (2)	0.1130 (4)	0.9072	<b>0.1277 (2)</b>	<b>0.2000 (2)</b>	<b>0.8736</b>	0.1229 (3)	0.1094 (2)	0.9132
<b>0.0877 (8)</b>	<b>0.0903 (5)</b>	<b>0.9699</b>	-	-	-	0.1126 (5)	0.1094 (2)	0.9756
0.0657 (13)	0.0647 (8)	0.8067	-	-	-	0.0953 (6)	0.1094 (2)	0.8874
0.0641 (15)	0.0647 (8)	0.8495	-	-	-	<b>0.0411 (40)</b>	<b>0.0413 (11)</b>	<b>0.8881</b>
0.0463 (29)	0.0451 (12)	0.8607	-	-	-	0.0364 (50)	0.0361 (14)	0.9182
0.0423 (35)	0.0462 (11)	0.8350	-	-	-	0.0360 (52)	0.0361 (14)	0.9396
0.0414 (38)	0.0425 (13)	0.8397	-	-	-	0.0340(58)	0.0332 (16)	0.8505
0.0387 (46)	0.0425 (13)	0.8509	-	-	-	0.0262 (91)	0.0263 (26)	0.8772
0.0364 (50)	0.0365 (16)	0.8131	-	-	-	<b>0.0262 (92)</b>	<b>0.0263 (26)</b>	<b>0.9183</b>
0.0359 (53)	0.0402 (14)	0.8085	-	-	-	0.0256 (95)	0.0255 (27)	0.8614

**Tabla 3.2. Modos con correlaciones mayores a 0.8 entre iglesia y macroelementos: Puebla**

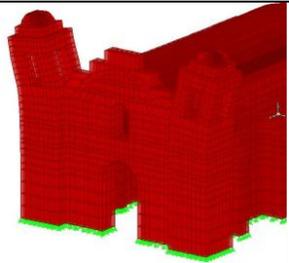
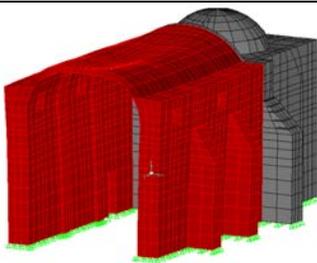
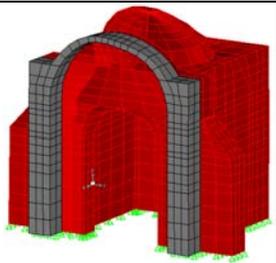
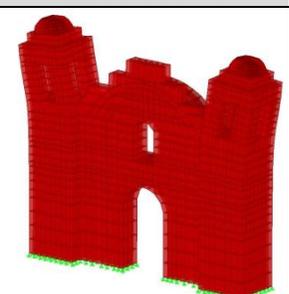
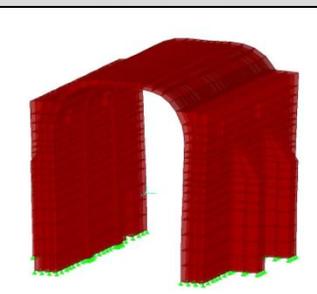
Fachada			Transepto			Ábside		
Iglesia	Macroel.	Correl.	Macroel.	Iglesia	Correl.	Iglesia	Macroel.	Correl.
0.3342 (2)	0.2573 (4)	0.8061	<b>0.3956 (1)</b>	<b>0.6888 (1)</b>	<b>0.9125</b>	0.2933 (3)	0.2822 (5)	0.8463
0.2933 (3)	0.2979 (3)	0.8843	0.2933 (3)	0.3789 (3)	0.8755	0.2648 (4)	0.2822 (5)	0.8376
0.2648 (4)	0.2979 (3)	0.8840	-	-	-	<b>0.2630 (5)</b>	<b>0.2504 (6)</b>	<b>0.9458</b>
0.2415 (6)	0.2979 (3)	0.9451	-	-	-	<b>0.2415 (6)</b>	<b>0.2822 (5)</b>	<b>0.9280</b>
0.2190 (9)	0.5375 (2)	0.8577	-	-	-	0.2415 (6)	0.2030 (7)	0.9129
0.2161 (10)	0.2143 (5)	0.8264	-	-	-	0.2311 (7)	0.2504 (6)	0.8657
0.1916 (14)	0.2143 (5)	0.8235	-	-	-	0.2237 (8)	0.2504 (6)	0.9674

**Tabla 3.2. Modos con correlaciones mayores a 0.8 entre iglesia y macroelementos: Puebla (continuación)**

Fachada			Transepto			Ábside		
Iglesia	Macroel.	Correl.	Macroel.	Iglesia	Correl.	Iglesia	Macroel.	Correl.
0.1862 (15)	0.2143 (5)	0.8806	-	-	-	0.2237 (8)	0.1974 (8)	0.9095
0.1441 (23)	0.1557 (7)	0.9561	-	-	-	0.2161 (10)	0.2504 (6)	0.8370
-	-	-	-	-	-	0.2161 (10)	0.1974 (8)	0.8051
-	-	-	-	-	-	0.2116 (12)	0.2504 (6)	0.8974
-	-	-	-	-	-	0.2116 (12)	0.1974 (8)	0.9449
-	-	-	-	-	-	<b>0.1922 (13)</b>	<b>0.2030 (7)</b>	<b>0.8313</b>
-	-	-	-	-	-	0.1862 (15)	0.1974 (8)	0.9256
-	-	-	-	-	-	0.1862 (15)	0.1962 (9)	0.8300
-	-	-	-	-	-	0.0961 (49)	0.0923 (28)	0.8020
-	-	-	-	-	-	0.0931 (53)	0.0982 (25)	0.8006
-	-	-	-	-	-	0.0931 (53)	0.0925 (27)	0.8772
-	-	-	-	-	-	0.0931 (53)	0.0923 (28)	0.8200
-	-	-	-	-	-	0.0899 (59)	0.0925 (27)	0.8640
-	-	-	-	-	-	0.0732 (90)	0.0731 (45)	0.8555
-	-	-	-	-	-	<b>0.0730 (91)</b>	<b>0.0731 (45)</b>	<b>0.9806</b>

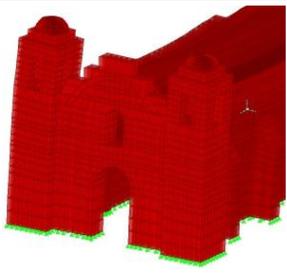
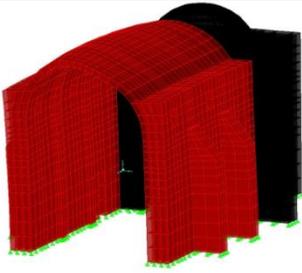
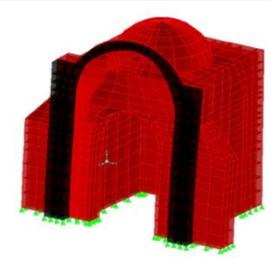
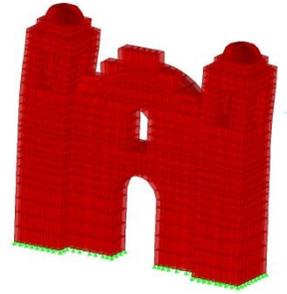
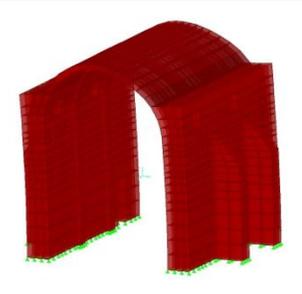
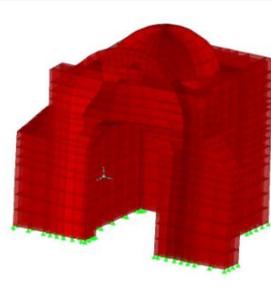
En la Tabla 3.3 se muestran los modos 8, 2 y 40 de la iglesia de Oaxaca. En la primera fila con la etiqueta “iglesia” el modelo se ha cortado para poder apreciar mejor la forma modal de las secciones de la nave y el ábside, excepto en el caso de la fachada. En la tabla se observa como la forma de los modos 8, 2 y 40 son prácticamente iguales que los modos 5, 2 y 11 de los macroelementos Fachada, Nave y Ábside, respectivamente. El modo 8 de la iglesia muestra el movimiento de las torres en el plano de la fachada y en sentido contrario que coincide con lo que observa en el modo 5. En el modo 2 de la sección nave se tiene un movimiento vertical de la bóveda que coincide con el modo 2 del macroelemento. El hecho de que la nave esté restringida por la fachada y el ábside evita que los muros se abran y la bóveda baje libremente, y a la vez modifica el periodo del modo. El modo 40 y 11 corresponden a la cúpula del ábside, su movimiento no depende tanto de la fachada y la nave.

**Tabla 3.3. Modos de la iglesia y de los macroelementos con correlación alta**

I G L E S I A			
	Modo 8: 0.0877 s	Modo 2: 0.1277 s	Modo 40: 0.0411 s
	M A C R O E L E M E N T O		
Modo 5: 0.0903 s		Modo 2: 0.2000 s	Modo 11: 0.0413 s

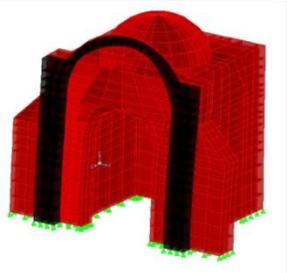
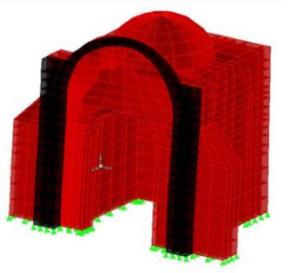
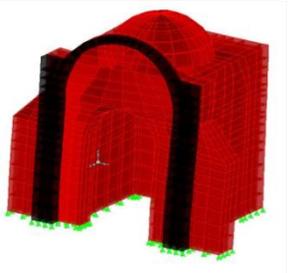
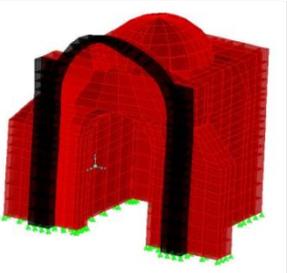
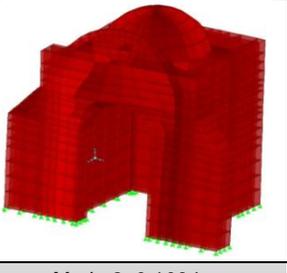
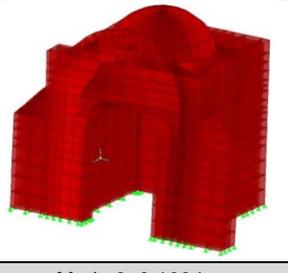
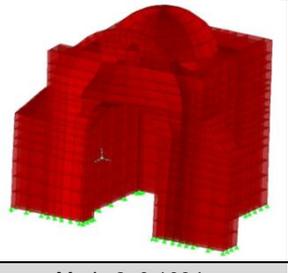
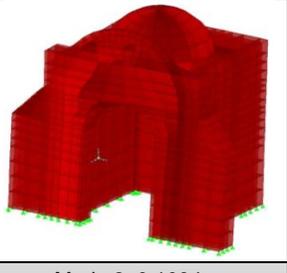
Hay casos en que un modo de la iglesia está presente en sus distintos macroelementos. Por ejemplo, en el caso de Oaxaca, el modo 1 es el modo 3 en el macroelemento Fachada, el modo 1 en la Nave y como 2 en el Ábside (Tabla 3.4). Estos coinciden en forma (correlación alta), pero difieren en periodo. El hecho de dividir la iglesia, genera que el área donde se unen los macroelementos pierda continuidad, por eso la diferencia en periodos entre la iglesia y los macroelementos. En el caso del macroelemento Fachada, el periodo del modo 3 fue 18% menor que el del modo 1 de la iglesia; el de la Nave 75% mayor; y el del Ábside 30% menor.

**Tabla 3.4. Modo de la iglesia reproducido por los modos de distintos macroelementos**

I G L E S I A			
	Modo 1: 0.1554 s	Modo 1: 0.1554 s	Modo 1: 0.1554 s
M A C R O E L E M E N T O			
	Modo 3: 0.1269 s	Modo 1: 0.2721 s	Modo 2: 0.1094 s

Pero también habrá varios modos de la iglesia que se engloben en un modo del macroelemento. En la Tabla 3.5 se muestra que los modos 1, 3, 5 y 6 de la iglesia tienen una alta correlación con el modo 2 del macroelemento Ábside y sus formas son muy parecidas. La iglesia completa tiene modos donde el ábside se mueve lateralmente, pero esto se debe a que está unida a la nave y a la fachada, al moverse uno de ellos el ábside también lo hará.

**Tabla 3.5. Distintos modos de la iglesia que tiene correlación alta con un mismo modo del macroelemento**

I G L E S I A				
	Modo 1: 0.1554 s	Modo 3: 0.1229 s	Modo 5: 0.1126 s	Modo 6: 0.0953 s
M A C R O E L E M. M.				
	Modo 2: 0.1094 s	Modo 2: 0.1094 s	Modo 2: 0.1094 s	Modo 2: 0.1094 s

### 3.4.5. Corrección de macroelementos

Anteriormente se encontró que el coro no puede ser considerado como macroelemento. Se piensa que es mejor que éste sea parte del macroelemento Fachada o Nave. El coro es una parte relativamente pequeña que le puede contribuir rigidez fuera del plano al macroelemento Fachada o rigidizar lateralmente al macroelemento Nave. Para decidir con cuál macroelemento unirlo se han hecho dos análisis de correlaciones más. El primer caso a estudiar es unir el coro a la Fachada, y el segundo caso es unir el coro a la Nave. En la Fig. 3.15 se muestran los modelos a comparar. Para el caso de la iglesia de Puebla, además del coro, se considerará una parte del transepto.

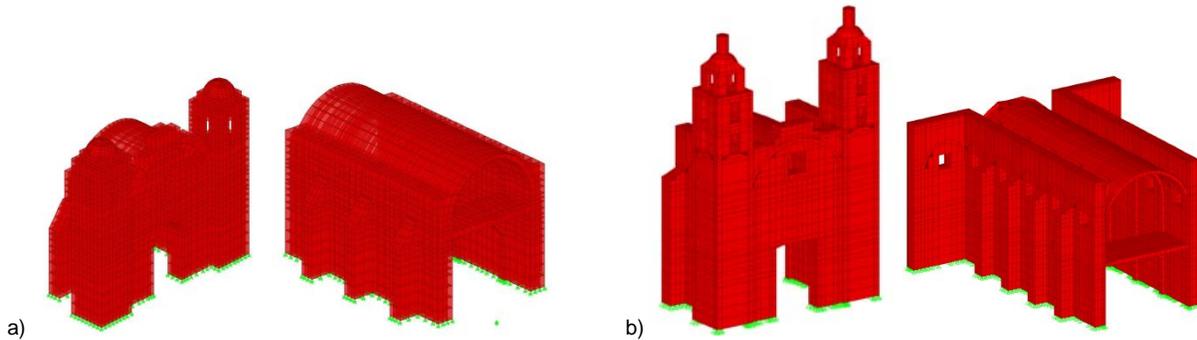


Figura 3.16. Posibles correcciones de los Macroelemento Fachada y Nave: a) iglesia de Oaxaca y b) Puebla

La Tabla 3.6 muestra que el hecho de unir el Coro a la Fachada se tuvieron menos correlaciones; sin embargo, los periodos entre los modos con mejor correlación son más aproximados. El macroelemento Fachada tendría un mejor comportamiento si se le agrega el Coro. Hacerlo haría que su movimiento fuera del plano estaría más restringido y la rigidez lateral incrementaría. En el caso de la Nave, no se tuvieron grandes mejoras en cuanto a los periodos. El Coro solo haría que esta sea más rígida en uno de sus extremos generando un movimiento de torsión. En el caso de la Nave de la iglesia de Puebla, el agregarle partes de muros del Transepto, tendría una parte flexible que afectaría su comportamiento y probablemente generaría modos con periodos mayores. Por eso se considera que es mejor dejar el macroelemento Nave sin Coro.

Tabla 3.6. Correcciones de los macroelementos de las iglesias

Oaxaca				Puebla			
Fach-Coro		Nave-Coro		Fach-Coro		Nave-Coro	
Iglesia	Macroel.	Iglesia	Macroel.	Iglesia	Macroel.	Iglesia	Macroel.
0.1229 (3)	0.1311 (3)	0.1554 (1)	0.2455 (1)	0.3956 (1)	0.3943 (1)	<b>0.3956 (1)</b>	<b>0.5623 (1)</b>
<b>0.0877 (8)</b>	<b>0.0886 (5)</b>	-	-	0.2311 (7)	0.2923 (4)	0.3342 (2)	0.3879 (2)
0.0803 (9)	0.0778 (6)	-	-	0.2121 (11)	0.3055 (3)	-	-
0.0720 (12)	0.0692 (7)	-	-	0.1916 (14)	0.2822 (5)	-	-
0.0553 (20)	0.0558 (11)	-	-	0.1862 (15)	0.2822 (5)	-	-
0.0480 (27)	0.0517 (12)	-	-	0.1577 (18)	0.2030 (7)	-	-
0.0414 (39)	0.0407 (18)	-	-	0.1543 (20)	0.1974 (8)	-	-
0.0332 (60)	0.0332 (25)	-	-	0.1219 (30)	0.1746 (10)	-	-
-	-	-	-	0.0822 (71)	0.1116 (20)	-	-

### 3.5. Comentarios del capítulo

La forma de identificar los macroelementos a través del análisis modal, mostró que es viable. Lo único que se necesita son las características modales de los modelos.

Del análisis de las iglesias de Oaxaca y Puebla se encontraron dos tipos de modos: los relacionados con el movimiento de una determinada parte de la iglesia, y los que representan el movimiento global del modelo. Los primeros serán importantes para asegurar el comportamiento local de cada parte de la iglesia, y los segundos para considerar el comportamiento de la iglesia completa como un todo.

Básicamente la división de la iglesia debería ser en las partes más rígidas que hay en la transición de una sección y otra, ya que al dividirla en zonas donde queden partes flexibles, incrementará la probabilidad de que aparezcan modos que afecten localmente a los macroelementos.

Para las iglesias aquí estudiadas, se encontró que, el macroelemento Fachada se tendrá que definir incluyendo el coro; la nave entre el primer y último contrafuerte o arco triunfal; y el ábside tendrá que considerarse siempre con el arco triunfal, en caso de existir. Para el transepto de la iglesia de Puebla, se le adjuntará el ábside.

## 4. El concepto de energía como parámetro de evaluación estructural

En este capítulo se mencionan algunos antecedentes de la aplicación del concepto de energía en el análisis de estructuras y se desarrolla una formulación para evaluar la energía de entrada de un sistema de varios grados de libertad. Además, se propone una fórmula para calcular la energía de entrada elástica de cada sección de una iglesia, al cual se le llamará factor de energía. Con esto se conocerá cuanta energía, de la que recibe la iglesia, le corresponde a cada parte que la compone. Para mostrar la aplicación de las fórmulas propuestas se analiza una iglesia típica de Oaxaca. Al final se hacen comentarios sobre el uso de la energía como parámetro de evaluación estructural y sobre el análisis de la iglesia a través de macroelementos.

### 4.1. Antecedentes

Housner (1956) fue uno de los primeros autores en utilizar el concepto de energía para la evaluación estructural. A partir de entonces, el concepto de energía ha sufrido grandes avances en su aplicación. Uno de los trabajos más reconocidos es el libro de Akiyama (2003), quien hace un estudio completo de la energía estructural aplicada a marcos reticulares planos. En su libro trata desde los conceptos básicos de energía hasta problemas más complejos como marcos reticulares que presentan articulaciones plásticas. Se pueden encontrar fórmulas que simplifican el cálculo de la energía, sugerencias de análisis con este parámetro y diseño estructural. Todo esto es bastante acertado para estructuras que tienen un modo dominante y que pueden analizarse como un sistema de un grado de libertad (*UGDL*). Además, el daño se considera concentrado en los elementos (articulaciones) y puede ubicarse fácilmente dentro de un marco reticular plano. Lo difícil es trasladar estos conceptos de energía a estructuras de mampostería no reforzada tridimensional y sus hipótesis sigan funcionando. Probablemente el cálculo de la energía de entrada elástica puede calcularse usando sus fórmulas, pero con la limitante que sólo puede considerarse la energía de entrada de un solo período de vibrar de la estructura.

Básicamente las dos energías que controlan la energía de entrada de un sistema son la energía de amortiguamiento y de histéresis. En el caso de una estructura con comportamiento elástico la energía de amortiguamiento disipa prácticamente toda la energía de entrada. Cuando existe daño, la energía de entrada se divide en energía de amortiguamiento e histérica. Sin embargo, Housner (1956) asumió que en sistemas elasto-plásticos la energía de amortiguamiento no contribuye al daño de la estructura. La energía disipada por histéresis registra y acumula numéricamente el daño de una estructura. Por lo tanto, la energía de entrada elástica puede representar el potencial de daño de un movimiento sísmico del terreno y la energía histérica registrará el daño real que este le causa a la estructura.

Existen estudios sobre la energía de entrada sísmica y su relación con el daño estructural (Benedetti *et al*, 2001; Arroyo y Ordaz, 2006; Decanini y Mollaioli, 2001), pero están basados en sistemas *UGDL*. Algunos otros autores ya han superado esto y los han llevado a sistemas planos más complejos y con comportamiento elasto-plástico (Akiyama, 2003; Amiri *et al*, 2008). Sin embargo, hasta hoy no se conocen procedimientos con base en la energía que sean aplicables a sistemas de múltiples grados de libertad (*MGDL*) como las estructuras de mampostería antigua, cuyos modelos incluyen una gran cantidad de grados de libertad y el material de la mampostería desarrolla comportamientos más complejos que el elasto-plástico.

La forma habitual y sencilla de trabajar con sistemas *MGDL* es analizarlos mediante un sistema *UGDL* equivalente. Por lo que equivaldría lo mismo la energía de entrada de ambos sistemas. Sin embargo, Fajfar y Gaspersic (1996) mostraron que la demanda de energía histérica en un sistema *MGDL* no puede ser evaluada adecuadamente a partir de un sistema *UGDL* equivalente. Además de ellos, Chopra y Goel (2002) mostraron que la distorsión sísmica de entresijos sólo puede ser estimada considerando más de un sistema *UGDL*. La respuesta de las iglesias difícilmente estará regida por un solo modo de vibrar y por ende, analizada como un sistema *UGDL*, por eso es necesario estudiar sistemas continuos *MGDL* y la forma en que disipan la energía que los sismos le introducen.

Una opción de determinar la energía disipada por daño sería calcularla a través de un análisis *Pushover* (Fajfar, 1999). La capacidad de disipación de energía bajo deformación monótona creciente puede considerarse un límite inferior de la capacidad de disipación histerética. Uno de los inconvenientes de utilizar el análisis del *Pushover* con las iglesias, es que el comportamiento no lineal debe ser simétrico y rígido por un solo modo de vibrar. Además, debido a que las propiedades mecánicas de una estructura, cuando se sujeta a una excitación sísmica, se pueden deteriorar en cada ciclo de carga, la falla estructural puede ocurrir a un nivel de desplazamiento menor que la capacidad máxima de desplazamiento ante carga monótona; este fenómeno se le conoce como fatiga de bajo número de ciclos (Terán-Gilmore *et al.*, 2003).

## 4.2. Energía elástica

La energía de entrada elástica de un sistema debe ser igual a la suma de las energías de amortiguamiento, de deformación elástica y cinética. La energía de amortiguamiento indica la cantidad de energía disipada a través del amortiguamiento estructural. La energía cinética y de deformación son energías recuperables. La ecuación diferencial que gobierna un sistema de  $N$  grados de libertad (*NGDL*) sujeto a un movimiento del suelo sísmico horizontal proviene de la ecuación de equilibrio dinámico, como se muestra en la Ec. 4.1.

$$\mathbf{F}_i + \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_d = \mathbf{F}_e \quad (4.1)$$

Donde  $\mathbf{F}_i = \mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}$  es el vector de las fuerzas inerciales,  $\mathbf{F}_a = \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}}$  el de las fuerzas de amortiguamiento,  $\mathbf{F}_d = \mathbf{k}\mathbf{u}$  el de las fuerzas restauradoras,  $\mathbf{F}_e = -\mathbf{m}\mathbf{1}\ddot{u}_g(t)$  el de las fuerzas sísmicas.  $\ddot{\mathbf{u}}$ ,  $\dot{\mathbf{u}}$  y  $\mathbf{u}$  son los vectores de aceleraciones, velocidades y desplazamientos relativos de la estructura, respectivamente. El símbolo  $\mathbf{m}$  es la matriz de masa,  $\mathbf{c}$  es la matriz de amortiguamiento,  $\mathbf{k}$  es la matriz de rigidez y  $\ddot{u}_g(t)$  es la aceleración del terreno en función del tiempo  $t$ .  $\mathbf{1}$  es el vector de transferencia pseudoestática, donde cada elemento es uno o cero. Si se multiplica la Ec. 4.1 por el incremento diferencial de desplazamiento relativo  $d\mathbf{u}$  (ó  $\dot{\mathbf{u}}dt$ ), y se integra en el intervalo de 0 al tiempo final ( $tf$ ), se obtiene la ecuación que contiene la información integrada o acumulada de la vibración y representa el balance de energía del sistema en el instante  $tf$ , Ec. 4.2 (Akiyama, 2003).

$$\int_0^{tf} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} dt + \int_0^{tf} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} dt + \int_0^{tf} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{k} \mathbf{u} dt = - \int_0^{tf} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m} \mathbf{1} \ddot{u}_g(t) dt \quad (4.2)$$

Donde:

$$E^c = \int_0^{tf} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}} dt \quad (4.3)$$

$$E^a = \int_0^{tf} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} dt \quad (4.4)$$

$$E^d = \int_0^{tf} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{k} \mathbf{u} dt \quad (4.5)$$

$$E^e = \int_0^{tf} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m} \mathbf{1} \ddot{u}_g(t) dt \quad (4.6)$$

Entonces, la ecuación puede ser escrita como:

$$E^c + E^a + E^d = E^e \quad (4.7)$$

donde  $E^e$  es el trabajo impuesto por las fuerzas generadas por el sismo, al cual se le llamará energía de entrada elástica total del sistema.  $E^c$  es la energía cinética,  $E^a$  es la energía de disipación por amortiguamiento y  $E^d$  es la energía de deformación.

Los sistemas *UGDL* son más sencillos que los sistemas de *NGDL* para conocer y entender la energía de entrada y la formas en que se disipa. Para sistemas *NGDL*, es necesario usar programas de cálculo para determinar la energía que un sismo le impone y conocer las distintas energías en las que se disipa. Con base en las propiedades del análisis modal, se propone una nueva formulación para calcular la energía de entrada de una estructura de *NGDL* de manera más fácil. Se usa el hecho de que el sistema se desacopla para solucionar y encontrar la

respuesta y el de que un modo de vibrar sólo puede causar trabajo sobre sí mismo, por el principio de ortogonalidad (Chopra, 2000).

#### 4.2.1. Formulación propuesta para calcular la demanda de energía elástica

De acuerdo con Chopra (2000) cualquier conjunto de  $N$  vectores independientes puede usarse como base para representar cualquier otro vector de orden  $N$ . Siguiendo su idea de usar los modos naturales de vibrar ( $\boldsymbol{\phi}$ ) como dicha base para representar el vector de desplazamientos, velocidad y aceleraciones, se tienen las siguientes ecuaciones,

$$\mathbf{u} = \sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_r q_r = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{q} \quad (4.8)$$

$$\dot{\mathbf{u}} = \sum_{s=1}^N \boldsymbol{\phi}_s \dot{q}_s = \boldsymbol{\Phi} \dot{\mathbf{q}} \rightarrow \dot{\mathbf{u}}^T = \sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n^T \dot{q}_n = \dot{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\Phi}^T \quad (4.9)$$

$$\ddot{\mathbf{u}} = \sum_{m=1}^N \boldsymbol{\phi}_m \ddot{q}_m = \boldsymbol{\Phi} \ddot{\mathbf{q}} \quad (4.10)$$

Donde  $q_r$ ,  $\dot{q}_s$  y  $\ddot{q}_m$  son multiplicadores escalares llamados *coordenadas modales* (Chopra, 2000) y están en función del tiempo.  $\boldsymbol{\Phi}$  es la matriz de modos naturales de orden  $N$ ,  $\mathbf{q} = \langle q_1 \ q_2 \ \dots \ q_N \rangle^T$ ,  $\dot{\mathbf{q}} = \langle \dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dots \ \dot{q}_N \rangle^T$  y  $\ddot{\mathbf{q}} = \langle \ddot{q}_1 \ \ddot{q}_2 \ \dots \ \ddot{q}_N \rangle^T$ . Sustituyendo las Ecs. 4.8, 4.9 y 4.10 en la Ec. 4.2 y usando la Ec. 3.4, se tiene

$$\int_0^{tf} (\sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n^T \dot{q}_n) \mathbf{m} (\sum_{m=1}^N \boldsymbol{\phi}_m \ddot{q}_m) dt + \int_0^{tf} (\sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n^T \dot{q}_n) \mathbf{c} (\sum_{s=1}^N \boldsymbol{\phi}_s \dot{q}_s) dt + \int_0^{tf} (\sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n^T \dot{q}_n) \mathbf{k} (\sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_r q_r) dt = - \int_0^{tf} ((\sum_{n=1}^N \boldsymbol{\phi}_n^T \dot{q}_n) (\sum_{j=1}^N \Gamma_j \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_j) \ddot{u}_g(t)) dt \quad (4.11)$$

$$\int_0^{tf} (\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N [\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_m] \dot{q}_n \ddot{q}_m) dt + \int_0^{tf} (\sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^N [\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{c} \boldsymbol{\phi}_s] \dot{q}_n \dot{q}_s) dt + \int_0^{tf} (\sum_{n=1}^N \sum_{r=1}^N [\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_r] \dot{q}_n q_r) dt = - \int_0^{tf} (\sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N [\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_j] \dot{q}_n \Gamma_j \ddot{u}_g(t)) dt \quad (4.12)$$

Considerando la relación de ortogonalidad de los modos de vibrar y el amortiguamiento clásico (Chopra, 2000), las ecuaciones del sistema estarán desacopladas. Por lo tanto, todos los términos en las sumatorias de la Ec. 4.12 desaparecen, excepto cuando  $m = n$ ,  $s = n$ ,  $r = n$  y  $j = n$ ; con lo cual se tiene lo siguiente

$$\int_0^{tf} (\sum_{n=1}^N M_n \dot{q}_n \ddot{q}_n) dt + \int_0^{tf} (\sum_{n=1}^N C_n \dot{q}_n^2) dt + \int_0^{tf} (\sum_{n=1}^N K_n \dot{q}_n q_n) dt = - \int_0^{tf} (\sum_{n=1}^N M_n \Gamma_n \dot{q}_n \ddot{u}_g(t)) dt \quad (4.13)$$

$$\sum_{n=1}^N M_n \int_0^{tf} (\dot{q}_n \ddot{q}_n) dt + \sum_{n=1}^N C_n \int_0^{tf} (\dot{q}_n^2) dt + \sum_{n=1}^N K_n \int_0^{tf} (\dot{q}_n q_n) dt = \sum_{n=1}^N M_n \Gamma_n \int_0^{tf} (-\dot{q}_n \ddot{u}_g(t)) dt \quad (4.14)$$

La Ec. 4.14 existe para  $n = 1$  hasta  $N$ . Las sumatorias de la Ec. 4.14 dependen directamente de los parámetros  $q_n$ ,  $M_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{m} \boldsymbol{\phi}_n$ ,  $C_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{c} \boldsymbol{\phi}_n$ ,  $K_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{k} \boldsymbol{\phi}_n$  y  $\Gamma_n$  de cada modo considerado. De acuerdo con Chopra (2000) la solución de  $q_n$ ,  $\dot{q}_n$  y  $\ddot{q}_n$  se puede obtener resolviendo las respuestas ( $D_n$ ,  $\dot{D}_n$  y  $\ddot{D}_n$ ) de un sistema de *UGDL* con las ecuaciones siguientes

$$q_n = \Gamma_n D_n \quad \dot{q}_n = \Gamma_n \dot{D}_n \quad \ddot{q}_n = \Gamma_n \ddot{D}_n \quad (4.15)$$

Los términos  $D_n$ ,  $\dot{D}_n$  y  $\ddot{D}_n$  mantienen el subíndice  $n$  para hacer referencia al modo de vibrar correspondiente. Por lo tanto, se tiene

$$\sum_{n=1}^N M_n \int_0^{tf} (\Gamma_n \dot{D}_n \Gamma_n \ddot{D}_n) dt + \sum_{n=1}^N C_n \int_0^{tf} (\Gamma_n^2 \dot{D}_n^2) dt + \sum_{n=1}^N K_n \int_0^{tf} (\Gamma_n \dot{D}_n \Gamma_n D_n) dt = \sum_{n=1}^N M_n \Gamma_n \int_0^{tf} (-\Gamma_n \dot{D}_n \ddot{u}_g(t)) dt \quad (4.16)$$

$$\sum_{n=1}^N \Gamma_n^2 M_n \int_0^{tf} (\dot{D}_n \ddot{D}_n) dt + \sum_{n=1}^N \Gamma_n^2 C_n \int_0^{tf} (\dot{D}_n^2) dt + \sum_{n=1}^N \Gamma_n^2 K_n \int_0^{tf} (\dot{D}_n D_n) dt = \sum_{n=1}^N \Gamma_n^2 M_n \int_0^{tf} (-\dot{D}_n \ddot{u}_g(t)) dt \quad (4.17)$$

Al sumar la energía de cada modo se obtiene la energía total del sistema, entonces se tiene

$$E^e = \sum_{n=1}^N (E_n^c + E_n^a + E_n^d) = \sum_{n=1}^N E_n^e \quad (4.18)$$

Cada parámetro es

$$E_n^c = \Gamma_n^2 M_n \int_0^{t_f} (\dot{D}_n \ddot{D}_n) dt \quad (4.19)$$

$$E_n^a = \Gamma_n^2 C_n \int_0^{t_f} (\dot{D}_n^2) dt \quad (4.20)$$

$$E_n^d = \Gamma_n^2 K_n \int_0^{t_f} (D_n \dot{D}_n) dt \quad (4.21)$$

$$E_n^e = \Gamma_n^2 M_n \int_0^{t_f} (-\dot{D}_n \ddot{u}_g(t)) dt = \Gamma_n^2 M_n E(T_n) \quad (4.22)$$

$$E^e = \sum_{n=1}^N E_n^e = \sum_{n=1}^N \Gamma_n^2 M_n E(T_n) \quad (4.23)$$

Donde  $E^e$  es la energía de entrada elástica total del sistema *NGDL*,  $\Gamma$  es el factor de participación modal y  $E(T_n)$  es la energía de entrada espectral de un sistema *UGDL* de periodo  $n$ , lo que significa que es necesario un espectro de energía de entrada elástica para un sistema de un grado de libertad.  $E_n^c$ ,  $E_n^a$ ,  $E_n^d$  y  $E_n^e$  son la energía cinética, de amortiguamiento, de deformación y de entrada de cada modo de vibrar  $n$ . Hay que recordar que para un sistema de *NGDL* habrá  $N$  modos, si se consideran menos que estos en la Ec. 4.23 se tendrá una energía de entrada de aproximación variable a la total, que dependerá del número de modos y de la contribución de energía de cada uno de ellos.

En caso de que se requiera la energía de entrada elástica normalizada con respecto a la masa total del sistema ( $E^e/m$ ) se usa la Ec. 4.24.

$$E^e/m = \sum_{n=1}^N (\sum_{j=1}^J \phi_{jn}) |\Gamma_n| E(T_n) \quad (4.24)$$

$\phi_{jn}$  son las coordenadas modales generalizadas,  $|\Gamma|$  es el valor absoluto del factor de participación modal y  $J$  es el número de nodos total del sistema. Es necesario señalar que las ecuaciones se aplican en la dirección en las que actúa el sismo. Es decir, si se requiere calcular la energía de entrada que produce un sismo aplicado en la dirección transversal de una estructura, se utilizan los factores de participación en esa dirección. Así mismo para la dirección longitudinal y vertical. Cuando se aplican dos o tres acelerogramas simultáneamente en diferentes direcciones, se calcula la energía en cada dirección y se suman para obtener la energía total del sistema.

#### 4.2.2. Fórmula para calcular la energía de entrada elástica de cada sección de una iglesia

Este factor se propone para calcular la proporción de energía de entrada elástica que le corresponde a cada sección de la iglesia. Este se calcula para cada  $j$  modo considerado en el análisis sísmico de la estructura. La ecuación es la siguiente

$$Fe_j^{\text{sección}} = \sum_{n=1}^P \phi_{nj}^2 m_{nn} \quad (4.25)$$

Donde  $\phi_{nj}$  son las coordenadas generalizadas normalizadas con respecto a la masa,  $m_{nn}$  es la masa del nodo y  $j$  hace referencia al número de modo. La longitud de la sumatoria depende del número de nodos ( $P$ ) de la sección seleccionada. Por ejemplo, para calcular la energía de entrada elástica del modo 1 que le corresponde a una sección es,

$$E_1^{\text{sección}} = Fe_1^{\text{sección}} E_1^e \quad (4.26)$$

$E_1^e$  se calcula con la Ec. 4.22. Si se consideran en total  $N$  modos se calcularán  $N$  factores. Además, se tendrán tantos factores como secciones se divide una iglesia. Por ejemplo, en el capítulo anterior la iglesia de Oaxaca se

dividió en: fachada, coro, nave y ábside, por lo que se calcularían  $4xN$  factores. Entonces la energía de entrada total para una sección es

$$E^{\text{sección}} = \sum_{n=1}^N [F e_n^{\text{sección}} E_n^e] \quad (4.27)$$

La Ec. 4.27 ayudará a conocer cuanta energía de entrada, de toda la que recibe una iglesia, le corresponde a cada sección que la conforma, para así compararla con la de los macroelementos.

### 4.3. Energía inelástica

La energía de entrada inelástica ( $E^i$ ), en resumen, se convierte en cuatro tipos en la estructura: dos conservativas y dos de disipación. Las energías conservativas son las que se recuperan una vez que se producen, como la energía cinética ( $E^{ci}$ ) y de deformación ( $E^{di}$ ); el superíndice  $i$  las distingue de las energías respectivas del sistema elástico. Las energías de disipación son: de amortiguamiento ( $E^{ai}$ ) e histerética ( $E^h$ ). Como se ha dicho anteriormente  $E^i$  básicamente depende de las energías de disipación.

$$E^{ci} + E^{ai} + [E^{di} + E^h] = E^i \quad (4.28)$$

$$[E^{di} + E^h] = \int_0^{tf} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{k} \mathbf{u} dt \quad (4.29)$$

Donde  $E^h$  es el término adicional que la energía de entrada elástica no contempla.  $E^h$  es una forma de energía no recuperable que está directamente relacionada con el comportamiento no lineal y el deterioro permanente del material de los elementos de una estructura. Por lo tanto, usando esta última energía, se tendrá conocimiento de la cantidad del daño estructural. La Ec. 4.29 indica que integrando la energía de deformación para un sistema en el intervalo inelástico, al final del tiempo  $tf$  se tendrá  $E^h$  porque  $E^{di}$  es recuperable.

Durante el comportamiento inelástico los parámetros de rigidez y amortiguamiento son funciones que varían en el tiempo, por lo que es necesario usar valores calculados en cada instante del tiempo. Sólo realizando un análisis dinámico no lineal paso a paso, se puede obtener de forma exacta la energía de entrada de un sistema *NGDL* con comportamiento no lineal. Para calcular  $E^i$  se usa

$$E^i = - \int_0^{tf} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{m} \mathbf{1} \ddot{\mathbf{u}}_g(t) dt \quad (4.30)$$

donde

$$\dot{\mathbf{u}}^T = \langle \dot{u}_1^x \dot{u}_2^y \dot{u}_3^z \dot{u}_4^x \dot{u}_5^y \dot{u}_6^z \dots \dot{u}_{N-2}^x \dot{u}_{N-1}^y \dot{u}_N^z \rangle \quad (4.31)$$

$$\mathbf{1} = \langle 1_1^x 1_2^y 1_3^z 1_4^x 1_5^y 1_6^z \dots 1_{N-2}^x 1_{N-1}^y 1_N^z \rangle^T \quad (4.32)$$

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{NN} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$\dot{\mathbf{u}}^T$  incluye la velocidad en función del tiempo  $t$  de cada nodo en sus tres direcciones (superíndice xyz), esto considerando los ejes globales del sistema.  $\mathbf{1}$  es el vector, ya definido, que depende del nodo y la dirección en la cual se aplica  $\ddot{\mathbf{u}}_g(t)$  y  $\mathbf{m}$  es la matriz de masa condensada del sistema, la cual es diagonal. La Ec. 4.30, como sumatoria sería

$$E^i = \sum_{i=1}^N \int_0^{tf} m_{ii} \dot{u}_i 1_i \ddot{u}_g(t) dt \quad (4.34)$$

Suponiendo que  $\ddot{u}_g(t)$  se aplica solo en la dirección x, el vector  $\mathbf{1}$  tendría la siguiente forma  $\mathbf{1} = \langle 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ \dots\ \dots\ 1\ 0\ 0 \rangle^T$  y la Ec. 4.34 queda de la siguiente manera

$$E^{ix} = \sum_{i=1}^{\frac{N}{3}-1} \int_0^{tf} m_{(i-1)*3+1,(i-1)*3+1} \dot{u}_{(i-1)*3+1} \mathbf{1}_{(i-1)*3+1} \ddot{u}_g(t) dt \quad (4.35)$$

Para las otras dos direcciones sería

$$E^{iy} = \sum_{i=1}^{\frac{N}{3}-1} \int_0^{tf} m_{(i-1)*3+2,(i-1)*3+2} \dot{u}_{(i-1)*3+2} \mathbf{1}_{(i-1)*3+2} \ddot{u}_g(t) dt \quad (4.36)$$

$$E^{iz} = \sum_{i=1}^{\frac{N}{3}-1} \int_0^{tf} m_{(i-1)*3+3,(i-1)*3+3} \dot{u}_{(i-1)*3+3} \mathbf{1}_{(i-1)*3+3} \ddot{u}_g(t) dt \quad (4.37)$$

Para la energía de entrada normalizada con respecto a la masa total del sistema (m), se usa la siguiente ecuación

$$E^i/m = \sum_{i=1}^N \int_0^{tf} \dot{u}_i \mathbf{1}_i \ddot{u}_g(t) dt \quad (4.38)$$

De la misma manera se pueden normalizar las Ecs. 4.35, 4.36 y 4.37.

Como las Ecs. 4.34-4.38 describen la energía de entrada durante la duración total del sismo, estas son fuertemente dependientes del tiempo y no pueden diferenciar entre sismos de amplitud alta - duración corta y amplitud baja - duración larga.

#### 4.4. Validación de la formulación para la energía de entrada elástica y del factor de energía

En esta sección se validan tanto la Ec. 4.23 propuesta para calcular la energía de entrada sísmica de la iglesia y el factor de energía (Ec. 4.27), que determina la cantidad de energía que le corresponde a cada sección de la iglesia.

Para la validación de la Ec. 4.23 se determina la energía de entrada elástica de la iglesia típica de Oaxaca (Fig. 4.1) y se compara con la energía obtenida con un análisis dinámico paso a paso (DPP). El material del modelo tiene las siguientes características:  $E = 1961$  MPa, masa =  $1600$  kg/m<sup>3</sup> y relación de Poisson = 0.20. El primer periodo de la estructura es 0.1554 s. El acelerograma que se utiliza es del sismo que sucedió en Friuli, Italia en 1976. Este sismo se consideró de magnitud 6.5, tuvo una aceleración máxima del terreno de  $6.23$  m/s<sup>2</sup> y su duración fue corta, lo que le da un carácter impulsivo. De esta forma se analiza este tipo de sismos en estructuras de mampostería no reforzada.

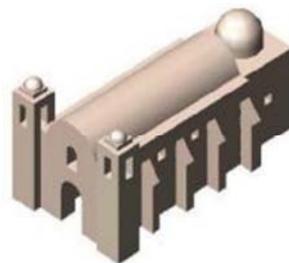
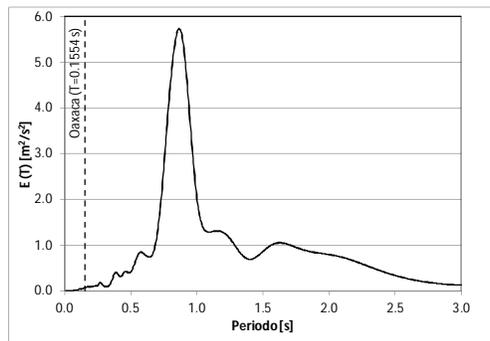


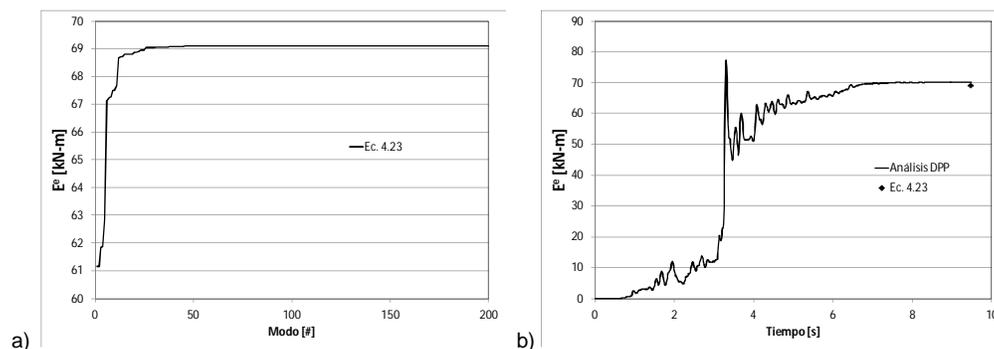
Figura 4.1. Modelo de la iglesia típica de Oaxaca.

La Fig. 4.2 muestra el espectro de energía del registro sísmico creado con el programa DEGTRA-A4 (Ordaz *et al.*, 2005), el cual generalmente están normalizado con respecto a la masa. Dicho espectro muestra un pico, aproximadamente, en el periodo de 1 s., el cual es lejano al periodo de 0.1554 s de la iglesia.



**Figura 4.2. Espectro de energía de entrada del registro sísmico Gemona para un sistema de UGDL.**

Se consideran 200 modos de vibrar de la iglesia de Oaxaca, tratando de asegurar el 90% de la masa total de la iglesia. Con esta cantidad de modos y la Ec. 4.23 se tuvo una energía de entrada de 69.11 kN·m; sin embargo, los últimos 170 modos casi no contribuyen con energía (Fig. 4.3a). En la Fig. 4.2b se compara el resultado de la Ec. 4.23 con la energía de 70.21 kN·m, obtenida a través de un análisis *DPP*. El error fue de -1.6%. La historia de la energía de entrada sísmica calculada con el análisis *DPP* muestra algunos valores pico a lo largo del tiempo. Estos picos son producidos por la energía de deformación la cual es recobable cuando el sistema es elástico lineal. La Ec. 4.23 dará sólo la energía máxima al utilizar espectros de energía, ya que generalmente estos están creados con valores máximos. Sin embargo, se puede apreciar que el valor del pico de la energía (Fig. 4.3b) es mayor al calculado con la Ec. 4.23, esta última coincide más con la energía final de la curva. Entonces, parece que el DEGTRA-A4 (Ordaz *et al.*, 2005) crea los espectros con valores de energía de entrada al final del tiempo.



**Figura 4.3. a) Incremento de energía por modo de acuerdo a la Ec. 4.23 y b) comparación de la energía obtenida con un análisis *DPP* y la Ec. 4.23.**

La ventaja de la Ec. 4.23 es que es posible conocer rápidamente la demanda de energía ( $E^e$ ), que en un sistema elástico lineal corresponde al trabajo producido por el sismo y a la vez debe ser equivalente a todas las energías internas desarrolladas por la estructura. Además, la fórmula puede excluir la influencia de la masa al ser normalizado con respecto a ésta (Ec. 4.24). De este modo, la energía normalizada puede traducirse en velocidad equivalente de acuerdo con Sucuoglu and Nurtug (1995). Esto será útil sólo si hay una correspondencia uno a uno entre el período principal de la estructura y la velocidad equivalente. Además, el modo de vibrar correspondiente con el periodo principal debe tener el 90% de la masa total de la estructura. Estas condiciones prácticamente no se cumplen en estructuras de mampostería no reforzada como las iglesias. La evaluación de la respuesta de este tipo de edificios debe incluir tantos modos hasta cubrir el porcentaje de masa dicho para cumplir, al menos, con uno de los requisitos.

Enseguida se valida la Ec. 4.27. Para esto se calcula la energía de cada sección de la iglesia y se compara con la obtenida a través de un análisis *DPP*. La Fig. 4.4 expone las secciones en las que se divide la iglesia.

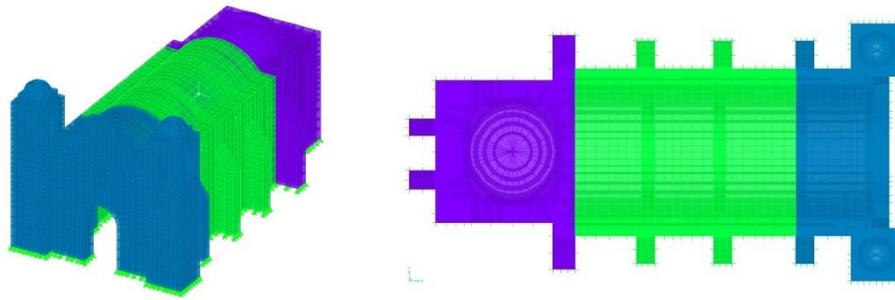


Figura 4.4. Seccionamiento de la iglesia: fachada, nave y ábside

En la Tabla 4.1 se muestra, de forma resumida, el cálculo de  $E_n^{\text{seccion}}$  de los 200 modos para cada sección de la iglesia. Como se puede observar para cada modo existe un factor de energía (Ec. 4.25). Usando estos factores y multiplicándolos a la energía de entrada de cada modo de vibrar de la iglesia ( $E_n^e$ ) se obtiene la parte correspondiente a cada sección. La energía total por sección se obtiene con la Ec. 4.27. De los resultados, se encontró que prácticamente quién recibe la mayor parte de la energía total de la iglesia es la nave con el 62.2% (42.75 kN-m). La fachada recibe el 28.6% (19.62 kN-m) y el ábside el 9.2% (6.34 kN-m).

Tabla 4.1. Calculo de la energía de cada sección de la iglesia usando la Ec. 4.25

Modo $n$	$E_n^e$ [kN – m]	$F_{e_n}^{\text{fach}}$	$F_{e_n}^{\text{nave}}$	$F_{e_n}^{\text{abs}}$	$E_n^{\text{fach}}$ [kN – m]	$E_n^{\text{nave}}$ [kN – m]	$E_n^{\text{abs}}$ [kN – m]
1	61.14	0.2786	0.6492	0.0722	17.03	39.69	4.41
:	:	:	:	:	:	:	:
200	0.00	0.4407	0.5263	0.2495	0.00	0.00	0.00
Suma	69.11				19.62	42.75	6.34

En la Fig. 4.5 se muestran las comparaciones de las energías de cada sección obtenidas de un análisis *DPP* y la energía calculada mediante la Ec. 4.27. Se puede apreciar que hay un aproximación prácticamente del 100% en las comparaciones de todos los casos. Por lo tanto, la Ec. 4.27 también permite calcular, de una manera rápida, la cantidad de energía que un sismo le impone a cada parte de la iglesia. Esto es un dato importante durante una revisión estructural, ya que permite enfocarse en las partes más solicitadas del edificio.

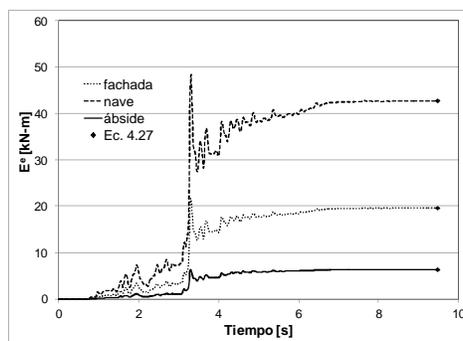
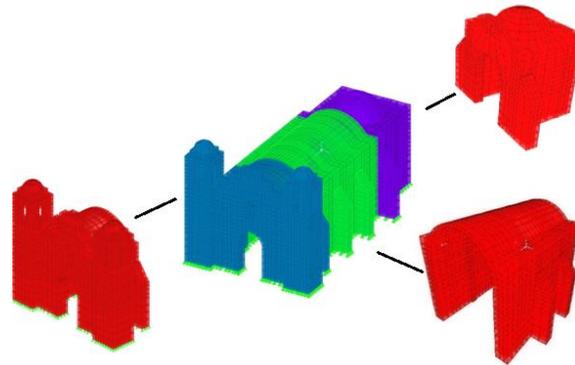


Figura 4.5. Comparación entre las energías por sección de la iglesia obtenidas con análisis *DPP* y la Ec. 4.27

#### 4.4.1. Comparación de la energía elástica de las secciones y macroelementos de la iglesia

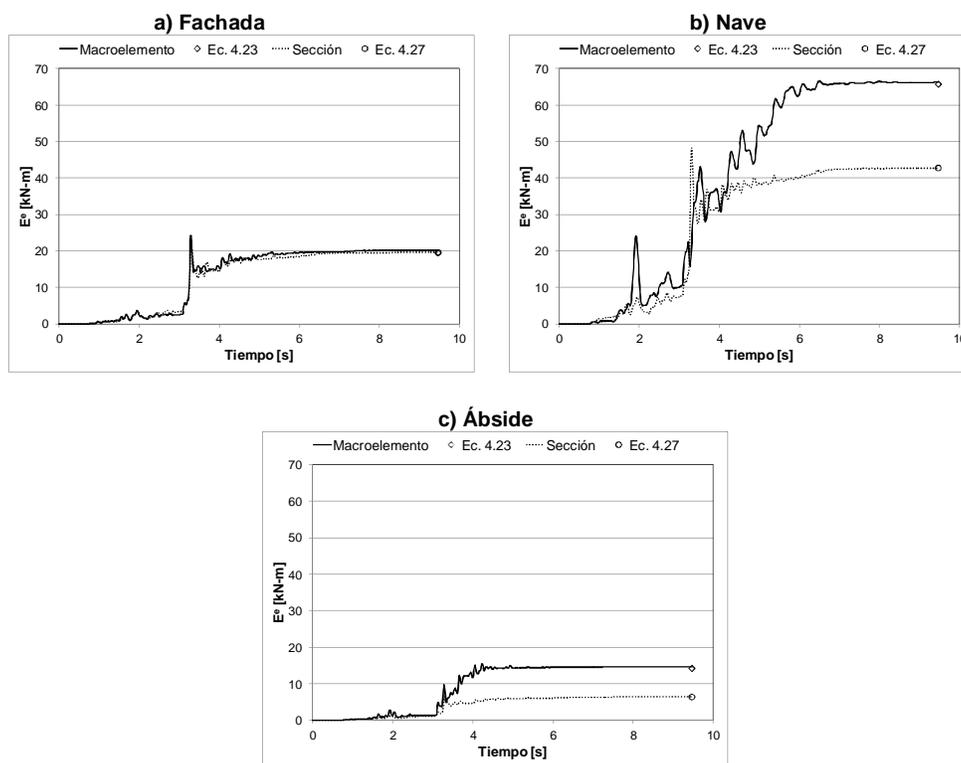
Una vez que se ha obtenido la energía que le corresponde a cada sección de la iglesia, ahora se verifica que esta no difiera de la de los macroelementos. La energía de la sección se refiere a que se analiza el modelo completo y se determina la proporción de energía que le corresponde a dicha sección. La energía del macroelemento es la que le introduce el sismo como elemento aislado del resto de la estructura. El objetivo de mantener la misma energía en ambos casos es asegurar que los macroelemento sufran la misma demanda y poder evaluar esa sección de la iglesia que representa lo más aproximado posible. En caso de que las energías de ambos difieran,

es preferible que la del macroelemento sea mayor a la de la sección para evitar que la evaluación de la iglesia global sea subestimada. En la Fig. 4.6 se muestran los modelos a comparar.



**Figura 4.6. Secciones de la iglesia y los macroelementos que los representan (Fachada, Nave, Ábside)**

En las Figs. 4.7a, 4.7b y 4.7c se muestran dos curvas de energías obtenidas de análisis *DPP* y los resultados de las Ecs. 4.23 y 4.27. Una de las curvas representa la historia de energía del macroelemento y la otra a la de la sección correspondiente. La Ec. 4.23 tiene la ventaja de que es aplicable para calcular la energía de cualquier tipo y tamaño de estructura, en este caso se usa para los macroelementos. En general, las energías obtenidas con las Ecs. 4.23 y 4.27 dieron resultados muy aproximados a los de los análisis *DPP*, por lo que no se discute más su efectividad.



**Figura 4.7. Comparación entre las energías de los macroelementos y las secciones: a) Fachada, b) Nave y c) Ábside**

La energía de entrada, en el caso del macroelemento Fachada (Fig. 4.7a), se puede notar que los dos valores son muy aproximados, 20.25 kN-m (macroelemento) y 19.61 kN-m (sección). El pico de energía máxima que presentan las curvas de energía de ambos, prácticamente se presentan en el mismo tiempo del análisis y es mayor al que se tiene al terminar el sismo. Dicho valor pico corresponde a la energía de deformación máxima. Si la estructura no tiene la capacidad de disiparla, entonces tendrá que haber daño para hacerlo. Entonces, si la sección

de la iglesia y el respectivo macroelemento tienen prácticamente la misma energía de entrada y al mismo tiempo el mismo pico de energía máxima, probablemente se desarrollará la misma cantidad de daño en ambos casos. Por lo tanto, el macroelemento Fachada puede ser analizado separado del resto de la iglesia y dará resultados muy similares a la sección estructural que representa.

El macroelemento Nave (Fig. 4.7b) tiene un incremento del 54.5% de energía respecto a la sección correspondiente. Los picos de energías máximas, tanto del macroelemento y de la sección, se presentan en diferentes tiempos de análisis. En este caso estos picos no fueron mayores a la energía al final del sismo. El macroelemento Nave tuvo pocos modos, 2 específicamente, con correlación alta con los modos de la iglesia (Tabla 3.1). Además, los periodos del macroelemento siempre fueron mayores a los de la iglesia. Considerando el espectro de energía usado (Fig. 4.2), a mayores periodos se tendrán mayores energías de entrada. Por esto, el macroelemento Nave, como elemento aislado, queda mucho más vulnerable ante el sismo de Gemona, Italia.

La energía de entrada del macroelemento Ábside fue 198% mayor que la que le corresponde como sección (Fig. 4.7c). Los picos máximos de energía se presentan en ambos casos a los 3.3s. Aún cuando el macroelemento Ábside tuvo periodos menores que los de la iglesia, su energía resultó ser mayor a la que le correspondía como sección. Esto es porque las masas contenidas en los modos con mayor correlación con la iglesia son mucho mayores que las que le corresponden como sección.

Por ejemplo, el modo 1 de la iglesia es uno de los modos más importantes porque su valor de energía de entrada es el más alto (61.14 kN-m), con el 88.4% de la energía de entrada. Hay que recordar que el modo 1 de la iglesia tuvo una correlación alta con los modos 3, 1 y 2 de los macroelementos Fachada, Nave y Ábside, respectivamente. Coincidentemente estos modos también fueron los de mayor valor de energía de los macroelementos. En la Tabla 4.2 se muestra la energía de la iglesia completa y la que le corresponde a cada sección. De la energía del modo 1 (61.14 kN-m), 17.03 kN-m se concentra en la sección fachada, 39.69 kN-m en la nave y 4.41 en el ábside. Comparando estas energías con la que desarrollan los macroelementos correspondientes, tenemos que la sección fachada desarrolla prácticamente la misma energía que el macroelemento, con una pequeña diferencia de +2.9%. La energía del macroelemento Nave es 63.3% mayor que la de la sección. Lo mismo pasa con el macroelemento Ábside, su energía supera a la de la sección ábside con el 197%. Un solo modo de cada macroelemento introduce la mayor parte de su energía de entrada. Por ejemplo, la energía de entrada del macroelemento Fachada fue de 20.25 kN-m, del cual el modo 3 contribuyó con el 82% (16.55/20.25). En los otros casos, el modo 1 del macroelemento Nave aportó el 97% de su energía total y el modo 2 del Ábside con el 90%, también del total.

**Tabla 4.2. Modos con mayor aportación de energía**

Iglesia		Sección			Macroelemento					
		fachada	nave	ábside	Fachada		Nave		Ábside	
Modo	$E_j^e$ [kN - m]	$E_j^{fach}$ [kN - m]	$E_j^{nave}$ [kN - m]	$E_j^{abs}$ [kN - m]	Modo	$E_j^e$ [kN - m]	Modo	$E_j^e$ [kN - m]	Modo	$E_j^e$ [kN - m]
1	61.14	17.03	39.69	4.41	3	16.55	1	64.40	2	13.12

#### 4.5. Comentarios del capítulo

La Ec. 4.23 propuesta para calcular la energía de entrada de una iglesia mostró muy buenas aproximaciones a la energía obtenida con el análisis *DPP*. La formulación es fácil de usar y el cálculo es más rápido. El factor de energía (Ec. 4.27) permite calcular la proporción de energía que le corresponde a cada parte de la iglesia. El único limitante de ambas ecuaciones es que sólo son aplicables a estructuras con comportamiento elástico-lineal. Sin embargo, sirven como parámetro inicial para determinar el daño que puede generar un sismo.

El uso de la energía para macroelementos se resume así: la energía elástica que se le impone a una sección debe aproximarse a la del macroelemento correspondiente, para asegurar un comportamiento dinámico aproximado de esa parte de la iglesia. Para esto se utilizan las Ecs. 4.23 y 4.27.

## 5. Determinación de la falla de una iglesia a través del concepto de energía

En este capítulo se describe el criterio para definir la falla de un sistema usando el concepto de energía. Los programas de análisis generalmente continúan un análisis dinámico no lineal mientras exista convergencia numérica en la solución. Esto, al final del análisis puede arrojar resultados diferentes a la realidad o a lo que comúnmente se registran en las estructuras del mismo tipo. Siempre se tiene la incertidumbre de saber a partir de qué punto del análisis los resultados dejan de ser aceptables para evaluar el desempeño de una estructura. Generalmente, para identificar este punto, se tiene que revisar, en conjunto, la mayor parte de la información que resulta del análisis estructural, desde deformaciones, esfuerzos, etc, hasta desplazamientos y cortante basal. Esto es un trabajo largo y demandante, debido principalmente a la cantidad de información y a la interpretación de los resultados. Es por esto que se recurre al concepto de energía para identificar el punto de falla de una estructura durante un análisis estructural.

### 5.1. Criterio para determinar la falla estructural usando el concepto de energía

La falla es una condición no deseada que hace que un elemento o la estructura misma no desempeñen una función para la cual existe; sin embargo, es necesario aclarar que una falla puede o no, producir el colapso de la estructura. Por otro lado, el mecanismo de falla, es el proceso o secuencia que ocurre en el elemento estructural cuando falla. Puede haber un mecanismo o varios que se acoplan; por ejemplo: mecanismo de pandeo, de fractura, etc. Al final se tiene el modo de falla, que se entiende como la configuración (geométrica) que adopta el elemento estructural cuando falla.

Para tratar este tema, sumamente importante para la seguridad de las estructuras, es necesario definir el concepto de estabilidad, el cual genéricamente está asociado a la falla: “Es la capacidad de una estructura de conservar una determinada configuración frente a acciones exteriores”. El equilibrio de una estructura se manifiesta si el conjunto de fuerzas actuantes tiene resultante nula. Pero se debe agregar, desde el punto de vista físico, que además del equilibrio, el sistema debe ser estable. Esta última condición establece que la configuración que adopte tanto la estructura como las fuerzas deben permanecer invariables en el tiempo.

Para saber si se está frente a estructuras estables, se deben fijar criterios que permitan determinar cuándo se tiene un equilibrio estable, inestable o indiferente. Uno de estos criterios consiste en aplicar una pequeña perturbación, tan pequeña como se quiera, y observar cómo se modifican las acciones y las resistencias frente a este hecho para restablecer o no la posición original del sistema. Por otro lado, existen algunos procedimientos alternativos que también pueden predecir el tipo de equilibrio, y éstos consisten en estudiar cómo se modifica la energía potencial total o el valor del determinante de la matriz rigidez cuando se altera ligeramente la configuración del sistema y del conjunto de fuerzas que se analiza. Todos los procedimientos descritos se traducen en métodos que ayudan a revisar la estabilidad y se definen como: estático, energético y de la matriz de rigidez (Tabla 5.1).

*Tabla 5.1. Métodos para verificar inestabilidad de sistemas estructurales*

Método	Equilibrio		
	Estable	Inestable	Indiferente
<b>Estático:</b> Las fuerzas actuantes en la configuración modificada tienden a	regresar a la estructura a su configuración inicial	alejarse a la estructura de la configuración inicial.	estar sólo en equilibrio.
<b>Energético:</b> La energía potencial total en la configuración modificada	es mínima.	es máxima.	no cambia.
<b>Matriz de rigidez:</b> El valor del determinante de la matriz rigidez de la estructura es	positivo.	negativo.	nulo.

Sin embargo, en un sistema dinámico siempre se pone atención en el generador de energía y en el disipador de energía. En nuestro caso el generador sería el sismo y los disipadores serían la fricción interna del material, el daño y el amortiguamiento de una estructura. Hay un número de situaciones donde el amortiguamiento en vez de disipar energía, la genera (Marion, 1995). El caso más representativo de este fenómeno es la falla del Puente de Tacoma (Billah y Scalani, 1991). Una fuerza de amortiguamiento positiva es proporcional a la velocidad de la vibración y directamente opuesta a él. Una fuerza de amortiguamiento negativo es también proporcional a la



Las dos fachadas analizadas tienen dos torres de campanarios y configuraciones geométricas similares, pero las dimensiones de la fachada de Puebla son mayores que las de Oaxaca. La relación altura/base de los modelos es 0.93 (13.95 m/14.97 m) para la fachada de Oaxaca y 1.44 (28.80 m/20.00 m) para la de Puebla. Los modelos en 2D se analizarán con elementos rígidos (Casolo y Peña, 2007). La fachada de Oaxaca consta de 264 elementos y 792 grados de libertad, mientras la de Puebla tiene 237 elementos y 711 grados de libertad. Las características del material de los modelos se muestran en la Tabla 5.2. La masa total ( $mt$ ) de la fachada de Oaxaca es de 435.9 Ton y la de Puebla de 1178.3 Ton.

**Tabla 5.2. Características de los materiales de las fachadas**

Parámetro	Valor	Unidades
Densidad	1600	Kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Young	1961	MPa
Coefficiente de Poisson	0.20	
Resistencia de Tensión	235.4	kPa
Resistencia de Compresión	2942	kPa
Cohesión	250	kPa
Ángulo de fricción interna	15	grados

La Tabla 5.3 muestra la información del análisis modal de las fachadas en el plano; los valores de  $\Gamma$  son en la dirección horizontal. Considerando los primeros diez modos se alcanza el 90.73% de  $mt$  de la fachada de Oaxaca y el 91.34% de Puebla. Obsérvese, además, que los primeros tres modos con más masa modal de cada fachada coinciden: 1, 3 y 5. Sin embargo, debido a que difieren en dimensiones, los periodos de vibrar resultaron distintos; el primer periodo de la fachada de Oaxaca es menor (0.1202 s) que el de la fachada de Puebla (0.2656 s). Por otro lado, el parámetro  $\Gamma^2$  representa la masa que contiene cada modo (Ec. 3.6), esto indica que la cantidad de masa concentrada en el primer modo del caso de Oaxaca también es menor que el de Puebla; sin embargo, ambos representan aproximadamente el 61.5% de la masa total de la estructura.

**Tabla 5.3. Características modales de las fachadas**

Modo	Periodo $T$ [s]	Oaxaca			Puebla			
		$\Gamma$	$\Gamma^2/mt$ [%]	Suma [%]	Periodo $T$ [s]	$\Gamma$	$\Gamma^2/mt$ [%]	Suma [%]
1	0.1202	16.21	61.43	61.43	0.2656	26.15	61.95	61.95
2	0.0835	0.00	0.00	61.43	0.1798	0.00	0.00	61.95
3	0.0594	8.80	18.13	79.56	0.1318	15.19	20.90	82.85
4	0.0442	0.00	0.00	79.56	0.0899	0.00	0.00	82.85
5	0.0415	3.96	3.68	83.24	0.0815	7.12	4.59	87.44
6	0.0348	0.01	0.00	83.24	0.0526	0.00	0.00	87.44
7	0.0282	0.00	0.00	83.24	0.0472	4.26	1.65	89.09
8	0.0246	5.61	7.37	90.61	0.0464	0.00	0.00	89.09
9	0.0213	0.70	0.12	90.73	0.0395	4.99	2.25	91.34
10	0.0203	0.00	0.00	90.73	0.0389	0.00	0.00	91.34

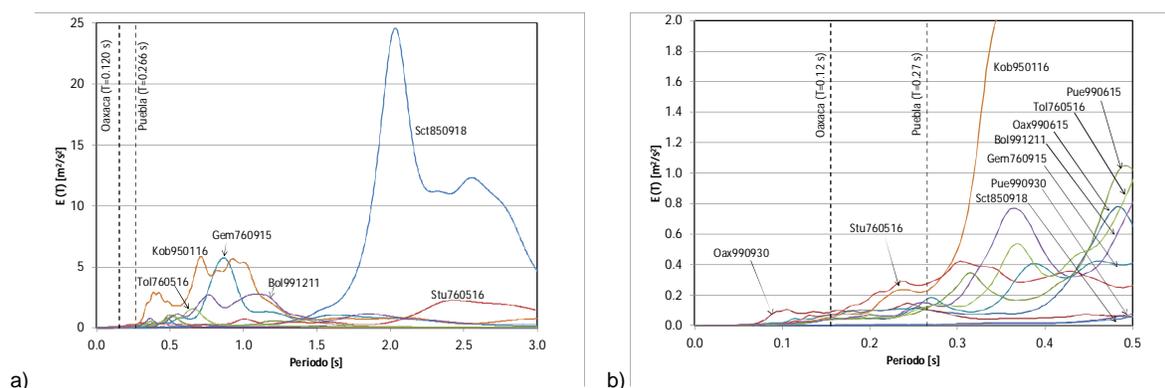
### 5.2.2. Demanda sísmica

Las fachadas fueron analizadas aplicando sismos que ocurrieron en diferentes sitios del mundo. Cada uno difiere en localización, magnitud, duración y aceleración pico del terreno ( $PGA$ ). En la Tabla 5.4, se resumen las características de todos ellos. Las magnitudes de los sismos van desde 6.5 hasta 8.1. La aceleración del terreno pico más grande es la registrada en Turquía, pero tiene una duración corta. Por otro lado, el sismo Pue990930 tiene la duración más larga, pero la aceleración pico del terreno es la más baja. Es importante observar que no necesariamente la magnitud tiene una relación estrecha con el  $PGA$  y duración de los sismos. Con la diversidad de registros seleccionados de la Tabla 5.4 nos da la posibilidad de estudiar distintas características de los sismos y sus influencias sobre la energía

**Tabla 5.4. Características y detalles de los acelerogramas**

Sismo	Sitio de registro	Duración [s]	PGA [m/s <sup>2</sup> ]	Magnitud	Evento	Fecha
Gem760915	Gemona	9.50	6.23	6.5	Friuli	15-IX-1976
Kob950116	Kobe	20.00	5.87	6.9	Kobe	16-I-1995
Sct850918	SCT. D.F.	90.00	1.75	8.1	Michoacán	18-IX-1985
Stu760506	Sturno	45.00	3.22	6.5	Friuli	6-V-1976
Tol760506	Tolmezzo	12.00	2.89	6.5	Friuli	6-V-1976
Bol991211	Bolu	16.00	8.07	7.3	Turquía	11-XII-1999
Oax990615	Oaxaca	70.00	1.07	6.5	Puebla	15-VI-1999
Oax990930	Oaxaca	50.00	1.86	7.5	Oaxaca	30-IX-1999
Pue990615	Puebla	47.50	1.95	6.5	Puebla	15-VI-1999
Pue990930	Puebla	100.00	0.42	7.5	Oaxaca	30-IX-1999

En la Fig. 5.2a se muestran los espectros de energía de entrada de un sistema *UGDL* para los diferentes registros sísmicos de la Tabla 5.4. En dicha figura se puede apreciar que para estructuras de períodos largos, el sismo SCT850918 introduce mucha más energía que los otros sismos. Por el contrario, los sismos Gem760915, Kob950116 y Bol991211 introducen grandes energías a estructuras de bajo período (0.6-1.0 s); coincidentemente estos sismos presentan también las más altas aceleraciones pico del terreno. El movimiento sísmico Bol991211 tiene una duración más larga y una aceleración mayor que los sismos Gem760915 y Kob950116, pero como se aprecia en la Fig. 5.2b induce menos energía que estos últimos. Esto indica que la duración y la aceleración del terreno máxima no son parámetros que dominan completamente la energía de entrada de un sistema *UGDL*. La Fig. 5.2b es un acercamiento de la localización de ambos periodos fundamentales de las fachadas (líneas verticales) sobre los espectros. Se puede apreciar que dichos periodos se encuentran lejos de la zona de mayor demanda de energía.



**Figura 5.2. a) Espectros de energía de entrada de los distintos sismos y b) acercamiento de los espectros en los periodos de las fachadas**

### 5.2.3. Evaluación de la demanda de energía

En la Tabla 5.5 se presentan la energía sísmica elástica ( $E^e$ ), la energía sísmica normalizada con respecto a la masa ( $E^e/m$ ) y la energía de deformación máxima elástica ( $E_{m\acute{a}x}^d$ ) para cada uno de los sismos.  $E^e$  y  $E^e/m$  se calcularon con las Ecs. 4.23 y 4.24, respectivamente, y  $E_{m\acute{a}x}^d$  se obtuvo de análisis *DPP*. Los valores máximos se resaltan en negrita. De la tabla se puede observar que el sismo Oax990930 introduce mayor energía a la fachada de Oaxaca, y el sismo Kob950116 a la de Puebla. En el otro extremo está el sismo Sct850918 que le induce menor energía a ambas fachadas. La columna donde se muestra  $E^e/m$  permite analizar la energía independiente de la masa. De acuerdo con este parámetro, el orden de los sismos que demandan menor a mayor energía se mantiene. Se puede ver que, aun normalizando  $E^e$ , un mismo sismo para dos sistemas distintos no demanda la misma cantidad de energía. Esto indica que  $E^e/m$  todavía es dependiente de las características de la estructura y no solo de las del sismo.

**Tabla 5.5. Demandas de energías**

Sismo	Oaxaca			Puebla		
	E <sup>e</sup> [kN – m]	E <sup>e</sup> /m [N <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> ]	E <sup>d</sup> <sub>máx</sub> [kN – m]	E <sup>e</sup> [kN – m]	E <sup>e</sup> /m [N <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> ]	E <sup>d</sup> <sub>máx</sub> [kN – m]
Gem760915	11.60	6.91	<b>8.91</b>	120.64	22.47	44.83
Kob950116	7.02	3.98	3.40	<b>255.18</b>	<b>50.76</b>	<b>88.42</b>
Sct850918	0.91	0.05	0.17	14.14	0.94	4.15
Stu760506	11.65	6.96	2.32	249.68	49.46	54.12
Tol760506	3.79	1.90	1.24	112.87	21.18	30.80
Bol991211	7.79	4.47	6.73	104.84	19.52	55.58
Oax990615	4.99	2.67	0.43	77.04	13.71	4.64
Oax990930	<b>23.39</b>	<b>14.50</b>	1.24	94.76	16.84	6.01
Pue990615	4.83	2.57	0.45	139.37	26.68	14.18
Pue990930	0.99	0.10	0.01	16.15	1.35	0.46

$E_{máx}^d$  ayudará a saber si una estructura se daña o no. La capacidad de la estructura de energía de deformación ( $E^{dc}$ ) depende directamente de la resistencia y de la capacidad de deformación de la estructura. Una  $E^d$  grande puede indicar que hay una gran demanda de resistencia, de deformación o de ambas. Por ejemplo, los sismos Gem760915 y Bol991211 demandan las dos más grandes energías potenciales a la fachada de Oaxaca, por lo que probablemente sufrirán mayor daño que en los demás casos. Por otro lado, la mayor demanda de  $E^d$  para la fachada de Puebla es de los sismos: Kob950116, Bol991211, Stu760506, Gem760915 y Tol760506; los cuales están ordenados de mayor a menor cantidad. Aún no se sabe cuál es la  $E^{dc}$  de las fachadas, por lo que por el momento no es posible establecer quienes sufrirán daño o no.

La manera más sencilla de conocer  $E_{máx}^d$  es a través de la Ec. 4.21, sólo es necesario simplificarla. La Ec. 4.21. es la siguiente

$$E_n^d = \Gamma_n^2 K_n \int_0^{tf} (\dot{D}_n D_n) dt$$

Sabiendo que  $\dot{D}_n dt = dD_n$  y  $K_n = \phi_n^T \mathbf{k} \phi_n = \omega_n^2$  (Chopra, 2000), se tiene

$$E_n^d = \Gamma_n^2 \omega_n^2 \int_0^{tf} D_n dD_n \tag{5.1}$$

Al integrar, resulta lo siguiente

$$E_n^d = \Gamma_n^2 \omega_n^2 \left[ \frac{1}{2} D_n^2 \right]_0^{tf} \tag{5.2}$$

La energía de deformación en el intervalo elástico no es acumulativa en el tiempo (Akiyama, 2003). Tomando en cuenta lo anterior y considerando solo la respuesta máxima de cada modo de vibrar ( $D_{n,máx}$ ) tenemos

$$E_{n,máx}^d = \frac{1}{2} \Gamma_n^2 \omega_n^2 D_{n,máx}^2 \tag{5.3}$$

$$E_{máx}^d = \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} \Gamma_n^2 \omega_n^2 D_{n,máx}^2 \tag{5.4}$$

Donde  $\omega_n$  es la frecuencia circular y  $D_{n,máx}$  es la respuesta máxima del modo  $n$ . Este último valor se puede obtener de del espectro de respuesta de desplazamientos.

Para determinar la efectividad de la Ec. 5.4 se toman los casos de la Tabla 5.5, se calcula el  $E_{máx}^d$  que le corresponde a cada uno y se compara con los obtenidos mediante los análisis *DPP*. Los resultados de cada caso se muestran en la Figs. 5.3a y b.

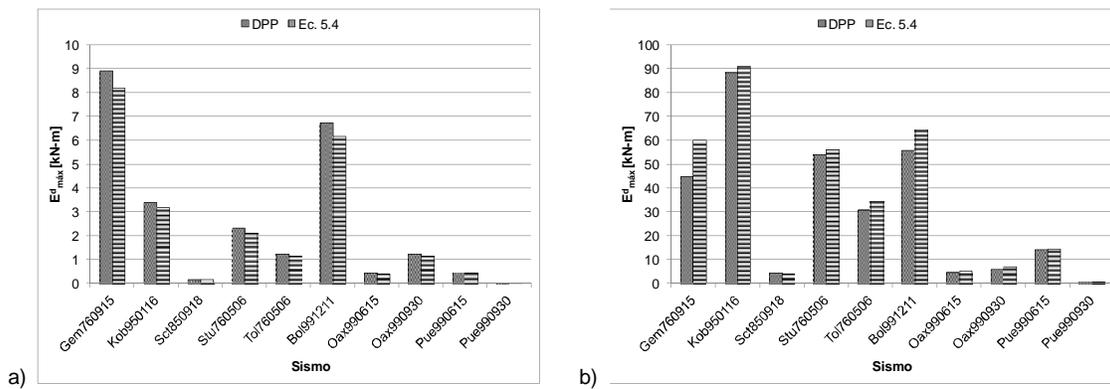


Figura 5.3. Comparación de  $E_{m\acute{a}x}^d$  obtenidas con la Ec. 5.4 y análisis DPP para la fachada de a) Oaxaca y b) Puebla

Al comparar los resultados obtenidos con la Ec. 5.4 y análisis DPP, se observa que para la fachada de Oaxaca, La Ec. 5.4 dio resultados mayores a los de los análisis DPP en todos los casos. Pasó lo contrario con la fachada de Puebla, donde los resultados fueron menores. La razón de la diferencia entre los resultados, es que para la fachada de Oaxaca el modo 1 tiene la mayor energía de deformación máxima y los demás modos prácticamente no contribuyen. La fachada de Puebla tiene varios modos con energía de deformación máxima de valor considerable que al sumarse dan resultados mayores al análisis DPP. Esto se debe a que la  $E_{m\acute{a}x}^d$  máxima que nos da el análisis DPP, es el resultado de sumar las energías de deformación que aporta cada modo de vibrar y que ocurren al mismo tiempo. En cambio, la Ec. 5.4 toma los máximos de cada modo de vibrar, que podrían suceder o no al mismo tiempo. Si todos los máximos ocurren en el mismo tiempo, entonces deben considerarse más modos de vibrar y probablemente se alcance la  $E_{m\acute{a}x}^d$  dada por el análisis DPP. En caso de que los máximos sucedan en diferentes tiempos la Ec. 5.4 siempre dará resultados mayores al análisis DPP.

La máxima diferencia entre los resultados de DPP y la Ec. 5.4 es de 25% y se tuvo en el caso Gem760915 de la fachada de Puebla. Sin embargo, es el único caso mayor a 10%, las demás se mantuvieron por debajo de este porcentaje. Por otro lado, las diferencias en los casos de la fachada de Oaxaca fueron menores a 10%. Por lo tanto, exceptuando uno de los casos, Gem760915, la Ec. 5.4 da resultados aproximados a los análisis DPP, lo que ayudará a conocer rápidamente la demanda  $E_{m\acute{a}x}^d$  de los sismos.

#### 5.2.4. Evaluación del daño y la falla estructural

El programa de elementos rígidos (Casolo y Peña, 2007) suele mostrar por separado los daños de tensión, cortante y compresión; esto facilita la interpretación del comportamiento de la estructura. La información de los daños se representa con colores. Entre más intenso es el color mayor es el grado de degradación de la resistencia del material. Por lo tanto, al revisar la Fig. 5.3, se aprecia que para la fachada de Oaxaca, el sismo Gem760915 causó mayor daño por tensión y el sismo Bol991211 por cortante. En el caso de la fachada de Puebla el sismo Kob950116 causó el mayor daño de tensión y cortante. En general, el daño por tensión de las fachadas se da principalmente en las torres; las cuales muestran un agrietamiento vertical producido por su movimiento lateral. Igualmente, el daño por cortante de ambas fachadas empieza en la base de las torres y después aparece en la parte central de los modelos. Por último, en ninguno de los casos se tuvo daño por compresión.

De acuerdo con el mapa de daños de la Fig. 5.3 se puede ver que en la fachada de Oaxaca, los sismos que le causaron de un mayor a menor daño general fueron: Bol991211, Gem760915, Kob950116, Stu760506, Oax990930, Tol760506, Pue990615 y Oax990615; el sismo Sct850918 y Pue990930 no aparecen en la lista porque no presentaron daños. Por otro lado, en la fachada de Puebla los sismos que provocaron más daño fueron: Kob950116, Gem760915, Bol991211, Tol760506, Stu760506, Pue990615, Oax990930, Oax990615 y Sct850918.

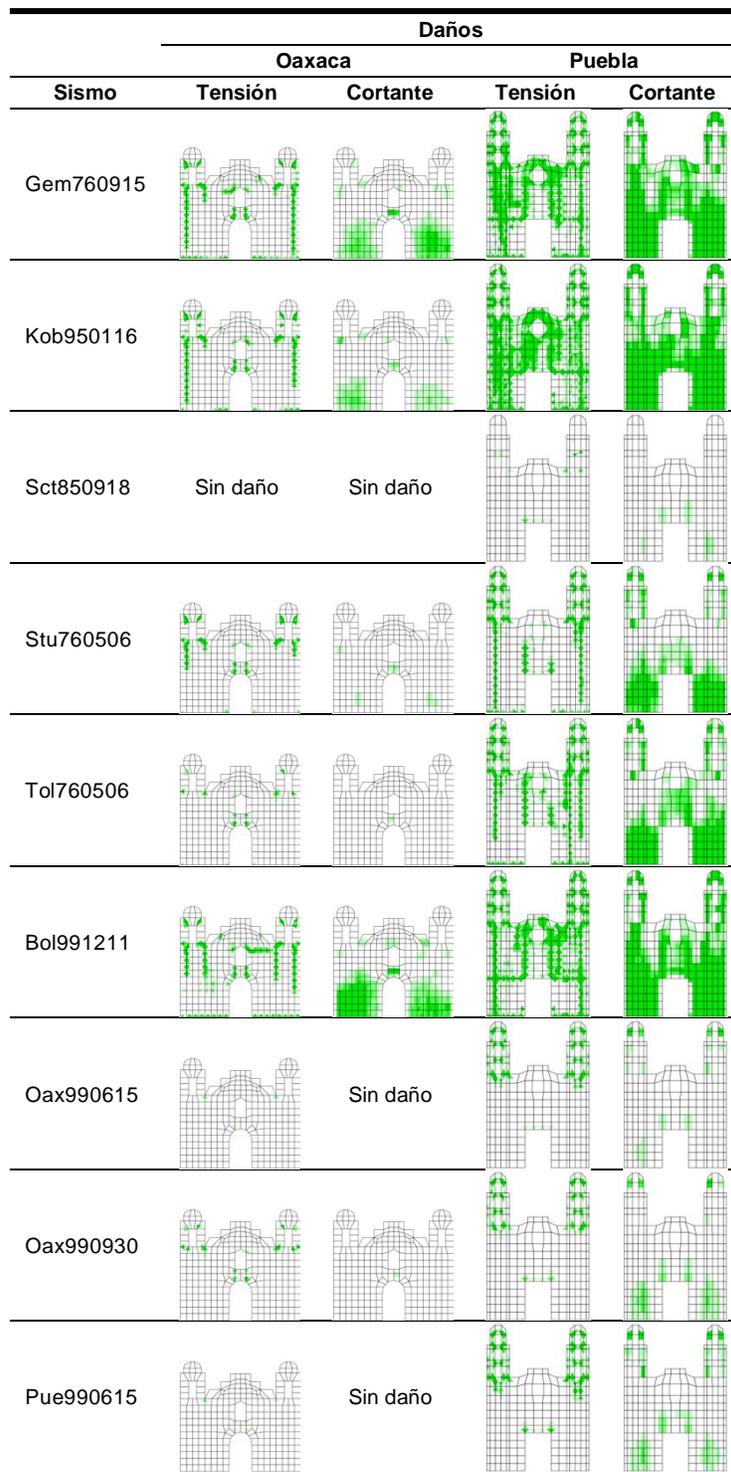


Figura 5.4. Daños de tensión y cortante de las fachadas para los distintos sismos

En la Tabla 5.6 se muestran las energías inelásticas ( $E^i$ ,  $E^h$ ) resultantes de los distintos casos analizados. Además, se agregan las energías elásticas  $E^e$  y  $E_{m\acute{a}x}^d$  para revisar si estos reflejan la potencialidad de daño de un sismo. De los resultados se deduce que utilizar el parámetro  $E^e$  por si solo no funciona para conocer la posibilidad de daño. Esto porque un mayor valor de  $E^e$  no indica que la estructura sufrirá más daño. Por ejemplo, en el caso de la fachada de Oaxaca, el sismo Oax990930 generó el  $E^e$  más alto, pero la fachada prácticamente no tuvo daño (Fig. 5.3). Esto se refleja en que  $E^h \cong 0$  por lo que  $E^i \cong E^e$ . En el caso de la fachada de Puebla, coincidió que el sismo con mayor  $E^e$  le produjo el mayor daño; sin embargo, también tiene el más alto valor de

$E_{m\acute{a}x}^d$ . Pero al revisar el segundo mayor valor de  $E^e$  (Stu760506), en este se tuvo menos  $E^h$  que en el caso Gem760915, que tiene un  $E^e$  menor. La potencialidad de los sismos, de acuerdo con el da\~{n}o generado (Fig. 5.3), concuerda m\~{a}s con el valor de los valores del par\~{a}metro  $E_{m\acute{a}x}^d$  que  $E^e$  (Tabla 5.6). Por ejemplo, en el caso de la fachada de Oaxaca se puede ver que los sismos que demandaron  $E_{m\acute{a}x}^d$  mayores a 0.45 kN-m se da\~{n}aron. En la fachada de Puebla, tambi\~{e}n se da\~{n}aron los que ten\~{i}an valores mayores 0.45 kN-m. Sin embargo, hay que entender que esta energ\~{i}a no puede considerarse un l\~{i}mite exacto a partir del cual las estructuras se da\~{n}ar\~{a}n, porque probablemente el comportamiento no lineal ocurre para valores un poco mayores a  $E_{m\acute{a}x}^d$ . Por otro lado,  $E^i$  es el resultado de aplicar  $E^e$ , si no se realiza el an\~{a}lisis din\~{a}mico lineal no es posible conocerlo, por lo que no es \~{u}til como par\~{a}metro inicial para determinar la potencialidad de da\~{n}o de un sismo.

Tabla 5.6. Demanda de energ\~{i}as contra energ\~{i}as resultantes

Sismo	Oaxaca				Puebla			
	$E^e$ [kN - m]	$E_{m\acute{a}x}^d$ [kN - m]	$E^i$ [kN - m]	$E^h$ [kN - m]	$E^e$ [kN - m]	$E_{m\acute{a}x}^d$ [kN - m]	$E^i$ [kN - m]	$E^h$ [kN - m]
Gem760915	11.60	<b>8.91</b>	54.00	10.64	120.64	44.83	1116.34	544.16
Kob950116	7.02	3.40	<b>58.58</b>	8.51	<b>255.18</b>	<b>88.42</b>	<b>2281.23</b>	<b>913.34</b>
Sct850918	0.91	0.17	0.95	0.02	14.14	4.15	16.33	1.71
Stu760506	11.65	2.32	18.70	1.68	249.68	54.12	320.00	148.77
Tol760506	3.79	1.24	4.46	0.25	112.87	30.80	368.66	190.81
Bol991211	7.79	6.73	32.46	<b>16.17</b>	104.84	55.58	988.83	467.49
Oax990615	4.99	0.43	5.11	0.04	77.04	4.64	121.51	13.05
Oax990930	<b>23.39</b>	1.24	23.25	0.23	94.76	6.10	97.00	16.45
Pue990615	4.83	0.45	4.99	0.05	139.37	14.18	168.78	31.81
Pue990930	0.99	0.09	1.02	0.00	16.15	0.46	17.09	0.11

En la Fig. 5.5 se muestra comparaciones de  $E^e$ ,  $E^i$  y  $E^h$  de cada sismo de las dos fachadas. Se puede observar que cuando existe da\~{n}o,  $E^e$  incrementa, dando lugar a  $E^i$ . En caso de que el comportamiento se mantenga el\~{a}stico o el da\~{n}o sea muy poco, es decir  $E^h \cong 0$ ,  $E^i$  y  $E^e$  son pr\~{a}cticamente iguales. En la Fig. 5.5 se ha puesto la barra de  $E^h$  sobre la barra  $E^i$ , para mostrar la parte superior que le corresponde a  $E^{ai}$ ; hay que recordar que  $E^i$  pr\~{a}cticamente se divide s\~{o}lo en  $E^{ai}$  y  $E^h$ . Sin embargo, a\~{u}n no se pueden establecer reglas para saber c\~{o}mo se distribuyen  $E^h$  y  $E^{ai}$  en  $E^i$ . Por ejemplo, en el caso de la fachada de Oaxaca, la  $E^i$  del sismo Kob950116 es mayor que la de Bol991211; sin embargo, la  $E^h$  de Bol991211 mostr\~{o} un mayor incremento que la de Kob950116. Pero lo que s\~{i} se puede saber del comportamiento de  $E^h$ , es que si esta energ\~{i}a proviene del da\~{n}o por cortante, su valor incrementa mucho m\~{a}s que por da\~{n}o a tensi\~{o}n. Esto se debe a que  $E^h$  incrementa con cada incursi\~{o}n al estado no lineal a cortante del material.

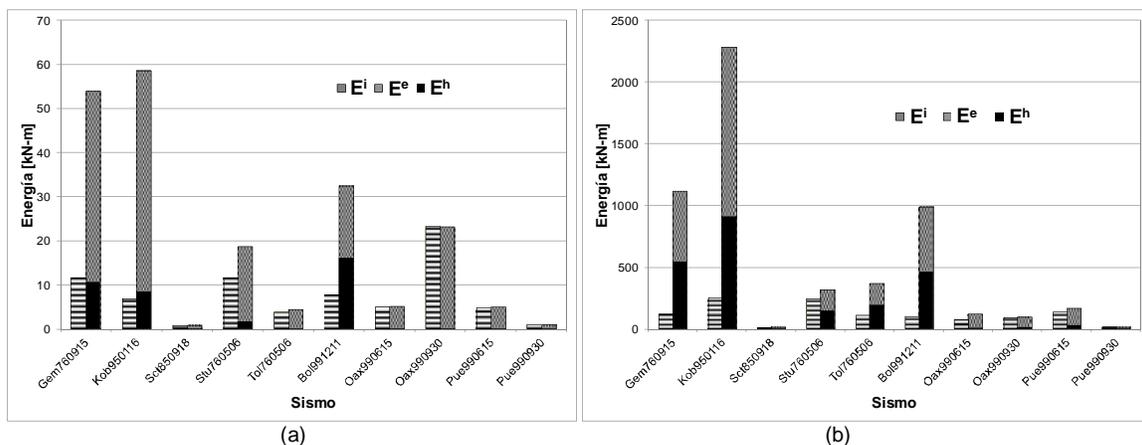
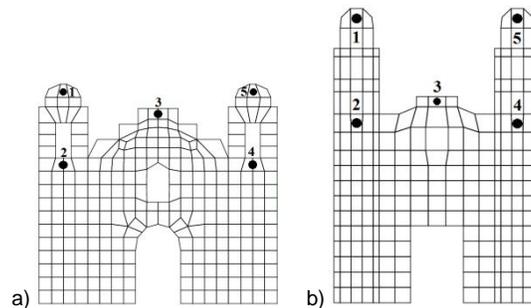


Figura 5.5. Comparaci\~{o}n de las energ\~{i}as de entrada el\~{a}stica, inel\~{a}stica e hister\~{e}tica para las fachadas de Oaxaca (a) y Puebla (b).

Hasta ahora sólo es posible relacionar el potencial de daño a través de  $E_{m\acute{a}x}^d$  y la cantidad de daño acumulado de la estructura a través de  $E^h$ . Sin embargo,  $E^e$  y  $E^i$  siguen siendo importantes como parámetros complementarios.  $E^e$  es el punto de partida para conocer la demanda sísmica de una estructura, cuyo valor no cambiará si su comportamiento es elástico.  $E^i$  es importante porque considera tanto el daño ( $E^h$ ), como la energía disipada por la estructura a través del amortiguamiento ( $E^a$ ).  $E^a$  no es igual para una estructura que se comporte en el intervalo lineal que en el no lineal, su valor variará con el daño y también se reflejará en el valor de  $E^i$ .

De todo lo anterior se puede obtener una regla sencilla, si  $E_{m\acute{a}x}^d < E^{dc}$ ,  $E^i$  será igual a  $E^e$ . En caso de que  $E_{m\acute{a}x}^d > E^{dc}$ , entonces  $E^i$  será mayor a  $E^e$ . El incremento de  $E^i$  con respecto a  $E^e$  dependerá de  $E^h$ , cuya variación estará sujeta al tipo de daño (tensión, compresión o de cortante). Hay que enfatizar que la  $E^h$  del daño a cortante depende del número de ciclos en el que incursiona el material en el intervalo no lineal. Mientras la  $E^h$  de tensión y de compresión están limitadas por la energía de fractura definida por el área bajo la curva esfuerzo-deformación.

Además de analizar la energía, también se obtuvieron los desplazamientos verticales y horizontales en cinco puntos de las fachadas (Fig. 5.6). El primer y segundo punto ( $P1$  y  $P2$ ) se encuentran en la parte superior y base, respectivamente, del campanario izquierdo. El tercer punto ( $P3$ ) está en la parte central superior de la fachada. El cuarto y quinto punto ( $P4$  y  $P5$ ) se localizan en la base y parte superior del campanario derecho. Los desplazamientos de  $P1$  y  $P5$  nos indicarán el estado de los campanarios.  $P2$  y  $P4$  lo harán para el basamento de las torres,  $P3$  indicará el estado global de la fachada.



**Figura 5.6. Puntos ( $P1$ ,  $P2$ ,  $P3$ ,  $P4$  y  $P5$ ) donde se registraron los desplazamientos verticales y horizontales de las fachadas de a) Oaxaca y b) Puebla.**

En la Fig. 5.7a se tienen los desplazamientos horizontales máximos ( $Dh_{m\acute{a}x}$ ) de  $P1$ ,  $P2$ ,  $P3$ ,  $P4$  y  $P5$  de cada caso de la fachada de Oaxaca y, en la Fig. 5.7b, de la de Puebla; los valores mostrados pudieron no suceder al mismo tiempo. De todos los análisis resultó que el máximo desplazamiento de los campanarios de la fachada de Oaxaca fue de 0.055 m, y para la de Puebla fue de 0.34 m, ambos se presentaron en la parte superior de los campanarios y fueron provocados por el sismo Gem760915 y Bol991211, respectivamente.

De acuerdo con las Figs. 5.7a y b cuando el comportamiento de las fachadas se mantiene dentro del intervalo elástico, como son los casos Sct850918 y Pue990930, los desplazamientos entre sus cinco puntos mantienen una diferencia relativa, que no se altera mientras el comportamiento sea elástico. Por ejemplo, los desplazamientos de  $P1$  mantienen una diferencia fija con  $P2$ ,  $P5$  con  $P4$  y,  $P2$  y  $P4$  con  $P3$ . Por otro lado, el punto  $P1$  tiene el mismo desplazamiento que  $P5$  y,  $P2$  igual que  $P4$ .

Considerando la diferencia entre los desplazamientos de cada punto de los modelos cuando se tiene un comportamiento no lineal, se puede ver en las Fig. 5.7a y b que los campanarios sufren el mayor daño. Esto porque los desplazamientos de  $P1$  y  $P5$  son superiores que el resto de los puntos  $P2$ ,  $P3$  y  $P4$ ; además, esta deducción está respaldada por los mapas de daños de la Fig. 5.4. Los sismos Gem760915, Kob950116, Bol991211, Stu760506 y Tol760506 fueron los que causaron mayor daño en los campanarios; pero Kob950116 provocó un daño más global, porque los desplazamientos de los cinco puntos son relativamente cercanos unos a otros.

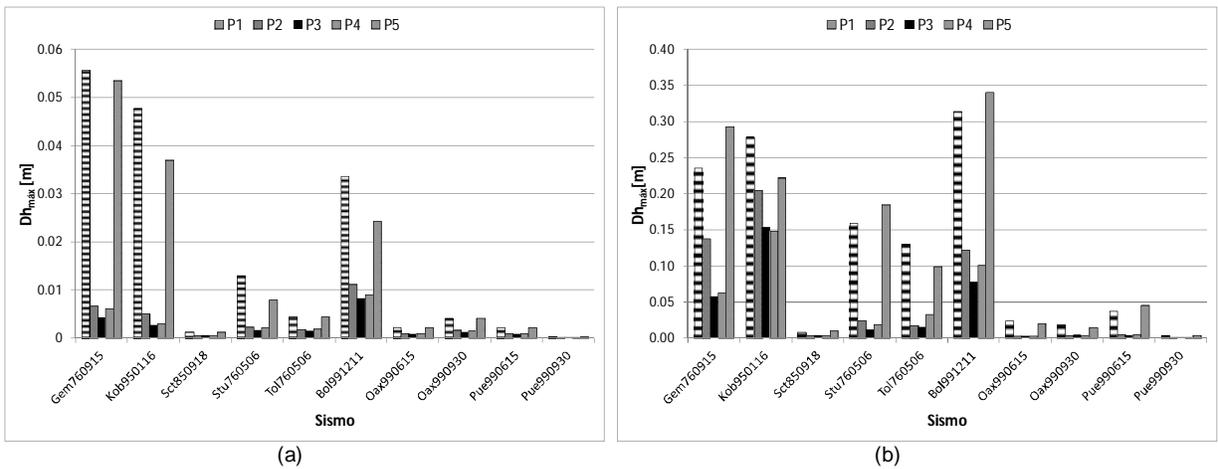


Figura 5.7. Desplazamientos horizontales máximos registrados en los puntos P1, P2, P3 P4 y P5 de la fachada de Oaxaca (a) y Puebla (b).

Hasta ahora se han tomado todos los resultados de los análisis como válidos; sin embargo, en algunos casos existe un daño excesivo que aparenta que los modelos fallaron antes de terminar el análisis. Pero aún así no es posible establecer con bases numéricas un mecanismo de colapso o falla de los sistemas. Entonces, es necesario recurrir al criterio de energía para encontrar el punto de análisis donde se presenta la falla y el daño que le corresponde a este estado.

Para determinar la falla se analizan las curvas de  $E^{it}$ ,  $E^i$ ,  $E^{ig}$  y  $E^h$  del caso Gem760915 de la fachada de Oaxaca. Se seleccionó este caso porque la curvas  $E^{ig}$  presentó valores negativos que se consideran problemas numéricos que representan la falla del sistema. La Fig. 5.8a muestra las historias de energías del sismo Gem760915, en los cuales se puede apreciar que  $E^{it}$ ,  $E^i$  y  $E^h$  siempre son positivas a través del tiempo de análisis, en cambio  $E^{ig}$  presenta algunos valores negativos. Al inicio, la curva  $E^{ig}$  se mantiene constante, después sufre algunas caídas a valores negativos, al final se restablece y vuelve a su valor positivo (Figs. 5.8a y 5.8b).

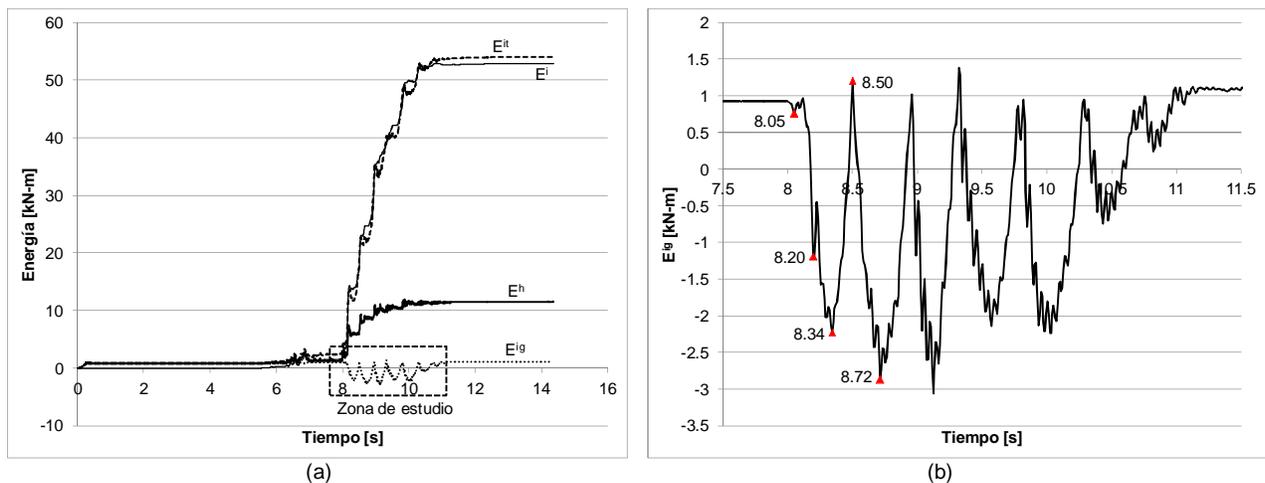


Figura 5.8. a) Energías del caso Gem760915 de la fachada de Oaxaca y b) puntos de  $E^{ig}$ , marcados con rojo, que indican una supuesta falla del sistema (Zona de estudio).

La Fig. 5.8b se presentan los cinco puntos de la curva  $E^{ig}$  del caso Gem760915 que se estudiarán. Cuatro de ellos representan caídas de energía y están localizados en los tiempos: 8.05, 8.20, 8.34 y 8.72 s; los últimos tres incluso llegan hasta valores negativos. Se incluye un punto más donde la energía vuelve a su valor positivo (8.50 s) después de tener un valor negativo. Para cada tiempo mencionado se obtuvo la deformada y los daños por tensión y cortante en la Fig. 5.8. La deformada de la fachada fue amplificada 10 veces para poder apreciar los desplazamientos relativos de los campanarios con respecto al resto de la fachada.

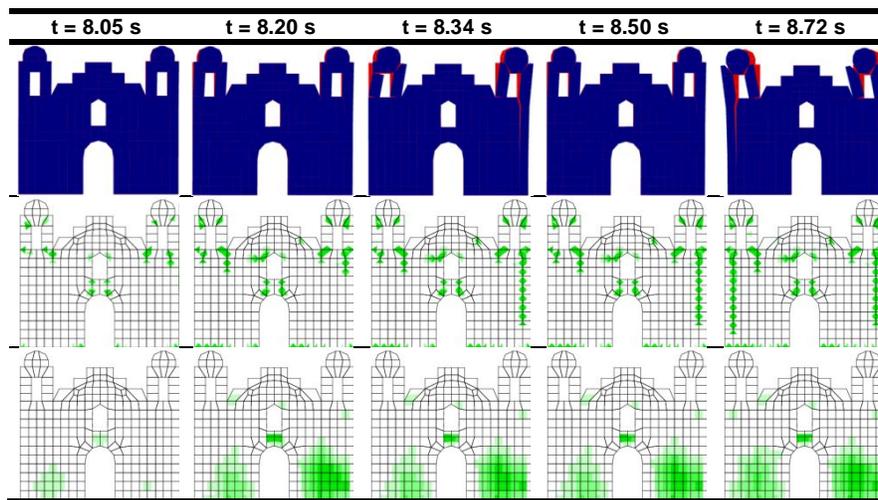


Figura 5.9. Daños en los puntos de  $E^{ig}$  marcados con rojo del caso Gem760915.

En general se podría establecer que cada vez que  $E^{ig}$  presentaba una “caída” de su valor constante era porque se producía daño en la fachada (Fig. 5.8b). El tamaño de la “caída” está relacionado con la cantidad de daño que se presenta en los modelos. Por ejemplo, a los 8.05s la “caída” de  $E^{ig}$  es pequeña con respecto los demás tiempos analizados (Fig. 5.9) y los desplazamientos de la fachada son tan pequeños que aun amplificándolos, no se puede apreciar el movimiento de las torres. Instantes después, a los 8.20 s, se presenta una gran “caída” de  $E^{ig}$ , lo cual está relacionado con el daño a cortante en la base de la fachada. No es que  $E^{ig}$  provoque el daño a cortante, si no la forma en que el daño, en general, se refleja en  $E^{ig}$ . A los 8.34 s, la fachada vuelve a sufrir daño en la torre derecha (grieta vertical), lo que se refleja en una nueva “caída” de  $E^{ig}$ . Después de este daño la energía de entrada vertical vuelve a ser positiva (8.50 s) y a los 8.72 s de nuevo sufre una “caída” por el daño de la torre izquierda. En este último tiempo los desplazamientos relativos de los campanarios ya son más visibles. El hecho de que la energía tiende a recuperarse al final del análisis refiere a que la estructura aún no ha fallado.

A través de  $E^{ig}$  y de los desplazamientos horizontales no fue posible saber en cuál de los casos la fachadas fallaron. Inclusive se revisaron los estados de esfuerzos y deformaciones en los puntos de análisis donde  $E^{ig}$  era negativa y no se encontró información adicional que indicara algún tipo de falla de las fachadas. El mismo comportamiento de  $E^{ig}$  también se presenta en algunos casos de la fachada de Puebla, pero, desde el punto de vista ingenieril, los daños que exhiben son demasiados y se puede asegurar que el modelo falla mucho antes de terminar el análisis. En la Fig. 5.10 se muestra la fachada de Puebla en los cuatro casos donde tuvo mayor daño. Las deformadas corresponden al estado en que queda el modelo al terminar el análisis. En los casos Gem760915, Stu760506 y Bol991211 se puede ver como se desprende parte de la torre del resto de la fachada. En cambio, en el caso Kob950116 el daño se concentra en el centro de la fachada y en los campanarios. Entonces, el hecho de que  $E^{ig}$  no incremente ilimitadamente en ninguno caso, no indica que el sistema continúe en equilibrio estable.

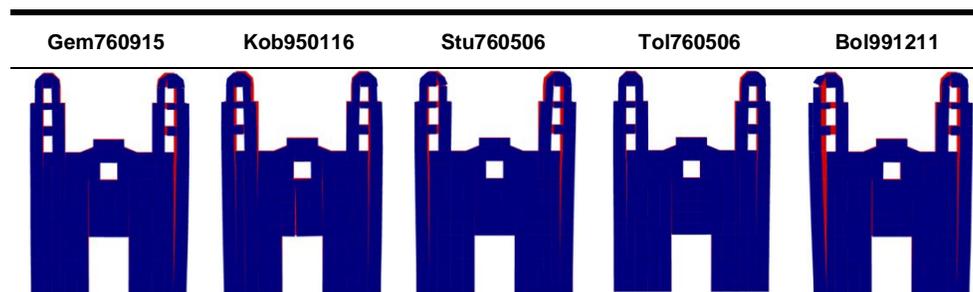
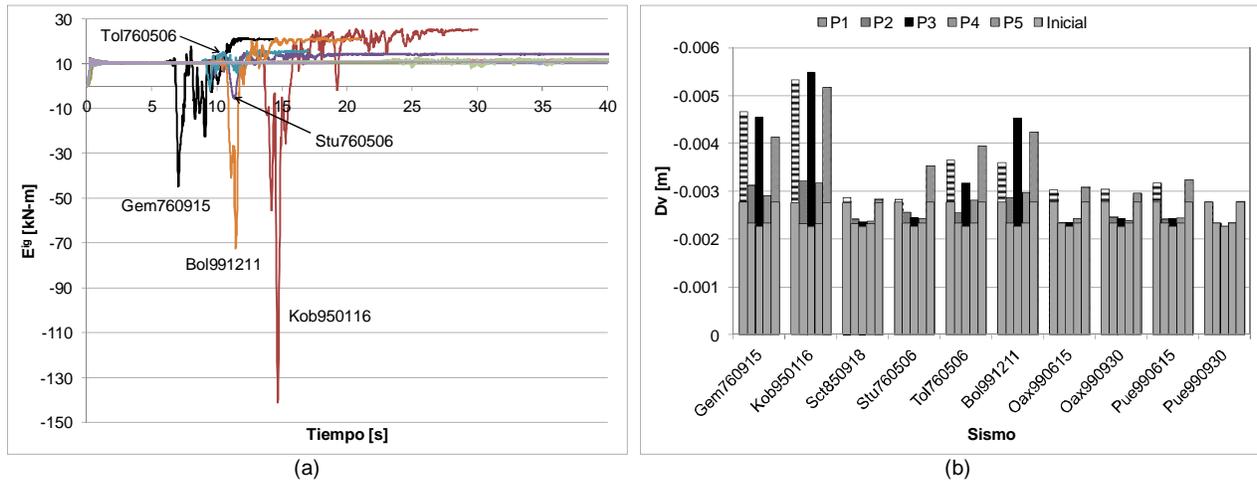


Figura 5.10. Estados de la fachada de Puebla al final del análisis de los casos Gem760915, Kob950116, Stu760506, Tol760506 y Bol991211.

Para determinar en qué casos la fachada de Puebla llegó a la falla, se revisaron los desplazamientos verticales (DV) de los cinco puntos establecidos en la Fig. 5.6 y el comportamiento de  $E^{ig}$ . En la Fig. 5.11a se incluyeron la  $E^{ig}$  de los diez análisis para mostrar que específicamente los cinco casos que se estudian (Fig. 5.10) tienen una caída de energía y los demás permanecen constantes a lo largo de la historia del análisis. Por otro lado, en la Fig. 5.11b se colocaron los DV iniciales y finales de los cinco puntos de la fachada de Puebla producidos por la gravedad. El DV inicial es el que se genera por la gravedad antes de aplicar el sismo y el final el que queda al terminar el análisis sísmico. Se superpusieron para exhibir el incremento de DV de los cinco puntos de la fachada.



**Figura 5.11. a) Caída e incremento de  $E^{ig}$  de todos los casos de la fachada de Puebla y b) Desplazamientos verticales finales sobre iniciales de los cinco puntos de la fachada.**

Como ya se comentó anteriormente cada caída de  $E^{ig}$ , advierte el momento en el que un sistema tiene un comportamiento no lineal. ¿Por qué esta característica se considera falla? Porque la primera ley de la termodinámica indica que la energía no se puede destruir y el hecho de que se tenga valores negativos refiere que en ese instante el sistema ya no está en un equilibrio estable (Marion, 1995). Además, para que se desarrolle una energía como la del caso de Kob950116, los DV's y la fuerza de gravedad debe tener sentidos contrarios para generar trabajo negativo. La fuerza de gravedad es invariable, y en el caso de los DV's, podrían cambiar su sentido, pero tendrían que ser muy grandes para generar una  $E^{ig}$  negativa, cuyo valor es 14 veces mayor a la que genera positivamente la gravedad. Además, esto indicaría que el sistema se estaría levantando completamente; poco probable, por el hecho de que las fuerzas que están provocando la energía negativa son laterales. La última razón podría ser que el sistema esté sufriendo volteo, pero para provocarlo los desplazamientos, tanto lateral como vertical, deben ser muy grandes, lo cual no sucede.

Otro dato importante a resaltar es que la magnitud negativa de  $E^{ig}$  coincide con la demanda de  $E_{máx}^d$ . El caso Kob950116 tuvo la mayor energía negativa, le siguieron Bol991211, Gem760915, Stu760506 y Tol760506, estos coincidieron con el orden de mayor a menor de  $E_{máx}^d$  (Tabla 5.5). Con el ligero detalle de que la energía de Gem760915 es mayor que la de Stu760506, pero la  $E_{máx}^d$  de Stu760506 es menor que Gem760915. Lo que pasa en estos casos en particular, es que Gem760915 tiene dos demandas de  $E^d$  de magnitud considerable después de que se presenta  $E_{máx}^d$ . Como  $E_{máx}^d$  primero produce daño y la resistencia del sistema se degrada, las siguientes dos  $E^d$  continúan produciendo daño. En cambio, en el caso Stu760506, después de que tiene la  $E_{máx}^d$  ya no se tienen  $E^d$  que produzcan más daño.

Lo que se puede observar de la Fig. 5.11a es que una vez que se presenta el valor negativo de  $E^{ig}$ , ésta vuelve a ser positiva, pero incrementa con respecto al valor que tenía antes de aplicar el sismo. No se esperaría un aumento de energía porque la fuerza de gravedad es constante, lo que indica que los desplazamientos verticales aumentaron (Fig. 5.11b). Por ejemplo, en el caso Kob950116 la fachada tuvo la mayor deformación vertical,

particularmente en el punto  $P3$ , ubicado en el centro de la fachada. Pero también se tuvieron deformación en el mismo sentido de las torres. Este incremento de deformación vertical no puede deberse al aplastamiento del material porque no se tuvo daño por compresión. Por lo que quizás la explicación sería que el desplazamiento de la parte central de la fachada indica el deslizamiento provocado por la falla a tensión y cortante. En cambio, el de las torres sería por la separación lateral y por el agrietamiento de su basamento y los campanarios.

### 5.3. Comentarios del capítulo

El criterio de usar  $E^g$  da mucha información que ayuda para analizar el comportamiento sísmico de las estructuras. Cada “caída” de  $E^g$  indica que la estructura sufría un daño. La magnitud de la “caída” está asociada con la cantidad de daño. Si  $E^g$  sufría una “caída” y después incrementaba, se decía que había una falla de la estructura. Esto se verificó con el desplazamiento vertical de la estructura.

Por otro lado, la potencialidad de daño de un sismo está más asociado con  $E_{m\acute{a}x}^d$  que con  $E^e$ . Se encontró que a mayor  $E_{m\acute{a}x}^d$  de los sismos, mayores fueron los daños que provocaron.

## 6. Método propuesto para evaluar el daño de las iglesias

### 6.1. Descripción del método

El método propuesto se compone de los siguientes pasos:

- 1) Preseccionamiento de la iglesia de acuerdo con el funcionamiento estructural o arquitectónico de las partes a analizar

La iglesia se dividirá en secciones, considerando que estos darán lugar a los macroelementos. Sin embargo, la diferencia es que las secciones se mantienen unidas unas a otras. En este paso se identifican los modos importantes y los que sean particulares a las secciones de la iglesia. La forma en que se distribuyen los modos particulares da una idea de los posibles macroelementos en los que puede dividirse la iglesia. Los modos importantes tendrán que reproducirlos los macroelementos.

- 2) Propuesta y revisión modal de los macroelementos de la iglesia

Aquí se identificarán que los modos de los macroelementos que tengan una correlación alta con los modos importantes de la iglesia. Idealmente los periodos de los modos con correlación alta deben ser lo más aproximado posible.

- 3) Corrección de macroelementos

En dado caso de que la correlación entre los modos de los macroelementos y de la iglesia tengan correlación muy baja y periodos muy diferentes, se le agregará un pedazo de estructura a los macroelementos para tratar de aproximar sus características dinámicas a las de la iglesia.

- 4) Energía por sección de la iglesia

Aquí se calculará la  $E^e$  que le corresponde a cada sección de la iglesia. Para esto se usará la ecuación 4.27.

- 5) Determinar la energía de entrada elástica de los macroelementos y comparar sus energías con las de las secciones predefinidas

Los macroelementos deberán corresponder en dimensiones con las secciones definidas anteriormente. La energía de entrada de los macroelementos debe compararse con las de las secciones previamente definidas.

- 6) Hacer el análisis no lineal de los macroelementos

De este análisis se determinarán  $E^i$ ,  $E^h$  y los daños de los macroelementos. Si existe alguna falla de los macroelementos, se usará el concepto de la energía vertical para conocerlo.

- 7) Evaluar el comportamiento global de la iglesia

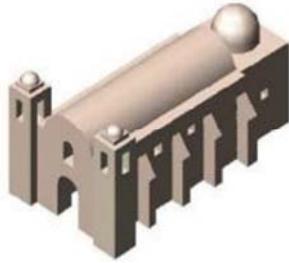
A partir de los resultados de los análisis de los macroelementos se hará una evaluación del comportamiento global de la iglesia

## 6.2. Aplicación del método a un ejemplo

El método propuesto se aplica a la iglesia típica del Estado de Oaxaca. Esto con el objetivo de evaluar analíticamente su comportamiento y el daño ante una acción sísmica. En la Tabla 6.1 se muestra el modelo y las propiedades mecánicas de los materiales que se utilizan. Los datos principales son: las resistencias a tensión y compresión, módulo de elasticidad, densidad y relación de Poisson. Los valores se tomaron del trabajo de Castellanos (2004).

**Tabla 6.1. Modelo y características de los materiales de la iglesia**

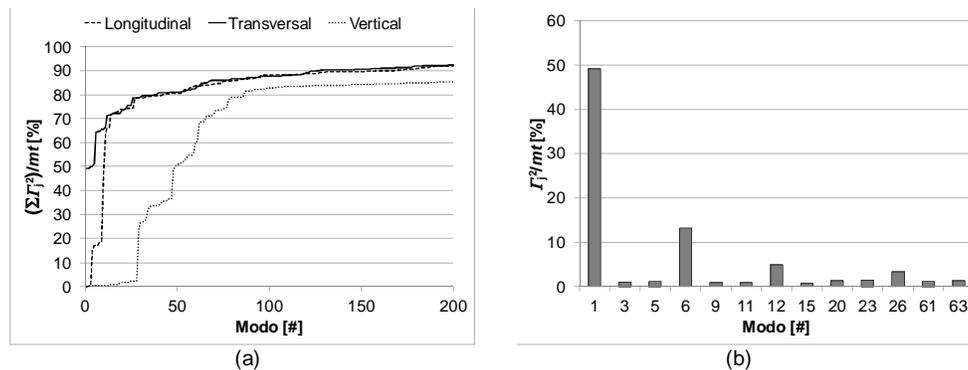
Parámetro	Tipo de mampostería		
	Piedra	Ladrillo	Unidades
Elementos estructurales y/o arquitectónicos	Fachada Nave Ábside	Bóveda Cúpulas	
Densidad	1600	1600	Kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Young	1961	514.9	MPa
Coefficiente de Poisson	0.20	0.20	
Resistencia de Tensión	235.4	117.7	kPa
Resistencia de Compresión	2942	1471	kPa



La iglesia se someterá a aceleraciones en la dirección horizontal, perpendicular al eje longitudinal del modelo (transversal). El acelerograma que se seleccionó es el de Gem760915; este sismo es el que mayor  $E_{máx}^d$  le demanda a la iglesia. Además de aplicar fuerzas dinámicas al modelo, la acción de la gravedad se consideró como una carga vertical constante. A continuación se aplica el método paso a paso.

### 6.2.1. Preseccionamiento del modelo

En este paso se identifican los modos particulares a las secciones de la iglesia. El número de modos de vibrar a revisar serán los necesarios para alcanzar el 90% de la masa total de la estructura ( $mt$ ). Lo cual se cumple tomando los primeros 200 modos. Con esta cantidad se tiene el 92.2% de la masa en la dirección transversal y longitudinal (Fig. 6.1a). En la dirección vertical sólo se tiene 85.4% de  $mt$ . Como la dirección de interés es la transversal, el requisito de porcentaje se cubre. En la Fig. 6.1b se muestran sólo los modos que aportan más del 0.5%. El modo 1 aporta aproximadamente el 50% de  $mt$ , le sigue el modo 6 con el 11%, el 12 con el 5%, etc. Estos modos deben ser reproducidos por los macroelementos porque contienen la mayor parte de la masa de la estructura y probablemente dominan la respuesta de la iglesia.



**Figura 6.1. a) Masa por modo de la iglesia y b) Modos con mayor contenido de masa en la dirección transversal**

El seccionamiento debe estar basado en conocimientos previos del comportamiento de cada parte de la iglesia y de los daños que desarrollan. La estructura podría seccionarse arbitrariamente, pero se pasaría por alto los macroelementos y daños ya identificados de este tipo de iglesias. A diferencia de los macroelementos, las secciones mantienen la continuidad unas con otras, es decir, se conservan unidas. De acuerdo a los trabajos de

Celestino (2003) las partes principales de este tipo de edificios son la fachada, el coro, la nave y el ábside. Esto debido a su comportamiento sísmico y a los daños que desarrollan. Por lo tanto, el seccionamiento se hace de acuerdo a las partes mencionadas.

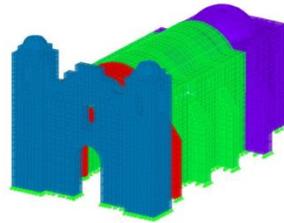


Figura 6.2. Seccionamiento de la iglesia de Oaxaca

Aplicando la Ec. 3.7, se llegó a la relación de modos por sección. En la Fig. 6.3 se colocaron aquellos que tenían  $M_j^{Sección}$  mayor a 0.7. Con lo cual se asegura de tener aquellas partes de la estructura que tengan un comportamiento prácticamente autónomo. El esquema indica que no existe un modo que sea particular a la sección coro; por lo tanto, tendrá que unirse a otra parte de la iglesia.

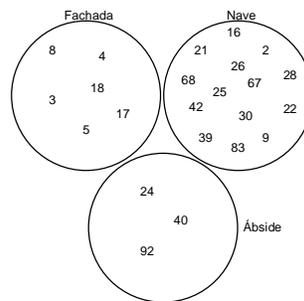


Figura 6.3. Modos asociados con cada sección de la iglesia

### 6.2.2. Propuesta y revisión modal de los macroelementos

Para definir los macroelementos, se toman las secciones establecidas en el paso anterior y se cortan para crear los macroelementos. De acuerdo con la Fig. 6.3 el único que no se creará es el coro, porque no tiene modos particulares. Entonces los macroelementos serán: la Fachada, la Nave y el Ábside.

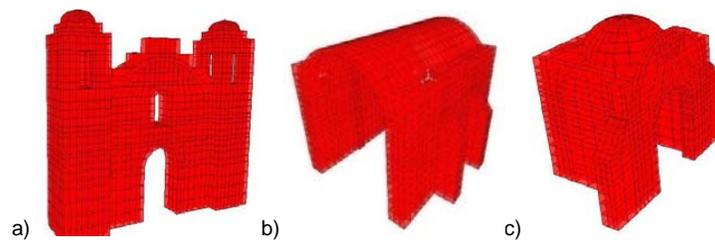


Figura 6.4. Macroelementos de la iglesia: a) Fachada, b) Nave y c) Ábside

Es necesario revisar que los macroelementos puedan reproducir los modos importantes de la iglesia. Para esto se utiliza la Ec. 3.9. En la Tabla 6.2 se muestran el periodo y, entre paréntesis, el número de modo. En la primera columna se colocan los trece modos de la iglesia a reproducir. En las demás columnas se exponen los modos de los macroelementos y la correlación que tienen con las secciones correspondientes de la iglesia. Las correlaciones mayores a 0.8 se resaltan en negro para denotar que cumplen con la regla establecida por Gentile y Saisi (2007). De los resultados se tiene que el modo 1 de la iglesia es reproducido por el modo 3 del macroelemento Fachada, por el 1 de la Nave y por el 2 del Ábside, con una correlación cercana 1. Sin embargo, el periodo del modo del macroelemento Nave supera al de la iglesia con el 29%, el de la Fachada es menor con el 18% y el del Ábside también es menor, pero con el 30%. El modo 1 de la iglesia es el que posee el mayor

porcentaje de  $mt$  y, por lo tanto, el que más contribuye a la respuesta. Por eso es crucial que los macroelementos puedan reproducir este modo para asegurar un comportamiento dinámico aproximado de cada parte de la iglesia.

**Tabla 6.2. Correlación entre los modos importantes de la iglesia y de los macroelementos**

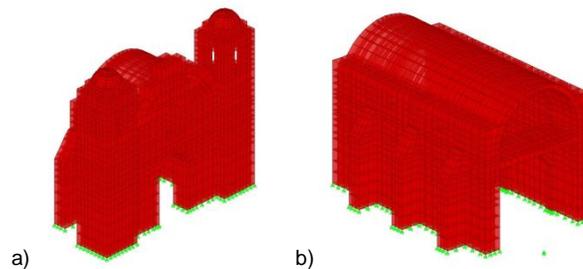
Iglesia	Fachada	Correl.	Nave	Correl.	Ábside	Correl.
0.1554 (1)	<b>0.1269 (3)</b>	<b>0.9024</b>	<b>0.2721 (1)</b>	<b>0.9717</b>	<b>0.1094 (2)</b>	<b>0.9178</b>
0.1229 (3)	0.1269 (3)	0.6424	0.2721 (1)	0.7376	<b>0.1094 (2)</b>	<b>0.9132</b>
0.1126 (5)	0.2249 (2)	0.7466	0.1313 (4)	0.4592	<b>0.1094 (2)</b>	<b>0.9756</b>
0.0953 (6)	0.1269 (3)	0.4815	0.1036 (5)	0.6889	<b>0.1094 (2)</b>	<b>0.8874</b>
0.0803 (9)	0.1269 (3)	0.6018	0.1028 (6)	0.6188	0.1094 (2)	0.4184
0.0725 (11)	0.1130 (4)	0.3971	0.1825 (3)	0.6332	0.0922 (3)	0.3106
0.0720 (12)	0.0647 (8)	0.7239	0.1313 (4)	0.2787	0.0721 (4)	0.6288
0.0641 (15)	<b>0.0647 (8)</b>	<b>0.8495</b>	0.0587 (14)	0.4588	0.0721 (4)	0.6474
0.0553 (20)	0.0623 (9)	0.6459	0.0653 (12)	0.3802	0.0586 (6)	0.3000
0.0521 (23)	0.0402 (14)	0.3331	0.0674 (11)	0.2471	0.0721 (4)	0.3395
0.0485 (26)	0.0402 (14)	0.4391	0.0556 (16)	0.4048	0.0721 (4)	0.3560
0.0325 (61)	0.0370 (15)	0.4114	0.0374 (32)	0.3532	0.0332 (16)	0.5655
0.0318 (63)	0.0425 (13)	0.3010	0.0332 (42)	0.2865	0.0332 (16)	0.6218

Uno de los detalles que hay que resaltar de las correlaciones es que una forma modal de los macroelementos puede ser similar a varios modos de la iglesia, pero en diferentes grados. Citando un ejemplo, se tiene el modo 2 del Ábside que es similar a los modos 1, 3, 5, 6 y 9 de la iglesia. Lo que indica que el modo 2 del Ábside representa un movimiento del macroelemento similar al que tiene la sección respectiva de la iglesia (ábside) en los modos 1, 3, 5, 6 y 9.

Existen casos donde dos modos con correlación alta pueden tener modos muy similares, pero en ocasiones pueden tener una correlación baja ( $< 0.8$ ) y también poseer prácticamente el mismo periodo; por ejemplo, el modo 15 de la iglesia y el modo 8 de la Fachada, prácticamente tienen el mismo periodo y la correlación es mayor a 0.8. Pero por otro lado, el modo 12 de la iglesia y el modo 4 del Ábside también coinciden en periodo, pero su correlación es menor a 0.8. Lo ideal sería que los modos de la iglesia y de los macroelementos tuvieran correlaciones mayores a 0.8 y coincidieran en periodos, para tener la misma forma modal con el mismo periodo.

### 6.2.3. Corrección de los macroelementos Fachada y Nave

Se le llama corrección porque se trata de equiparar, lo más aproximado que se pueda, la respuesta de los macroelementos con lo que muestran las partes estructurales (secciones) de las iglesias. Para esto es necesario revisar qué pasa con las características modales, y sus correlaciones con los modos de la iglesia, de los macroelementos Fachada y Nave, cuando se les adjunta el coro (Fig. 6.5). Entonces, se vuelven a tomar los trece modos de la iglesia y se revisan de nuevo las correlaciones.



**Figura 6.5. Macroelementos a corregir con el coro: a)Fachada y b)Nave**

Al comparar las correlaciones que resultan de corregir los macroelementos (Tabla 6.3), se puede observar que los modos de la Fachada mejoran al adjuntar el coro. Las correlaciones aumentan y los periodos del macroelemento se acercan más a los de la iglesia. El único detalle es que el modo 3 del macroelemento pasó de

tener una correlación alta con el modo 1 de la iglesia a tenerla con el modo 3. Sin embargo, tanto el modo 1 como el 3 aún siguen correlacionándose con el modo 3 del macroelemento.

**Tabla 6.3. Correlación entre los modos importantes de la iglesia y de los macroelementos**

Iglesia	Fach-Coro	Correl.	Nave	Correl.
0.1554 (1)	0.1311 (3)	0.6864	<b>0.2455 (1)</b>	<b>0.9600</b>
0.1229 (3)	<b>0.1311 (3)</b>	<b>0.8492</b>	0.1424 (3)	0.4956
0.1126 (5)	0.1541 (2)	0.7669	0.1424 (3)	0.6713
0.0953 (6)	0.0778 (6)	0.6612	0.0991 (6)	0.3569
0.0803 (9)	<b>0.0778 (6)</b>	<b>0.9327</b>	0.0676 (13)	0.4252
0.0725 (11)	0.0679 (8)	0.6408	0.1196 (4)	0.3957
0.0720 (12)	0.0692 (7)	0.7847	0.1424 (3)	0.2152
0.0641 (15)	0.0692 (7)	0.4897	0.0830 (8)	0.4287
0.0553 (20)	<b>0.0558 (11)</b>	<b>0.8742</b>	0.0622 (14)	0.3782
0.0521 (23)	0.0558 (11)	0.6405	0.0452 (27)	0.2281
0.0485 (26)	0.0378 (22)	0.3016	0.0546 (18)	0.4621
0.0325 (61)	0.0368 (23)	0.3466	0.0372 (40)	0.2456
0.0318 (63)	0.0412 (17)	0.2097	0.0352 (44)	0.1762

Caso contrario es el macroelemento Nave, sus periodos incrementaron con respecto a los de la iglesia y las correlaciones entre los modos de ambos bajaron. Por lo tanto, el macroelemento Nave se quedaría sin el coro. Se revisó un caso adicional para la Nave, se intentó adjuntar el coro y el arco triunfal a la misma vez, pero no se obtuvieron mejoras ni en las correlaciones, ni en los periodos. Por otro lado, el hecho de agregarle parte de la nave al macroelemento Ábside, tampoco se obtuvieron buenas correlaciones y periodos. El macroelemento Ábside se queda como se despliega en la Fig. 6.4.

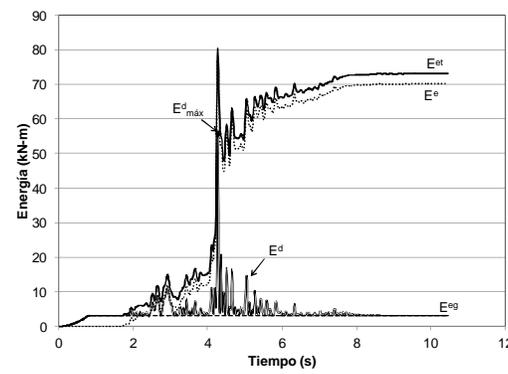
#### 6.2.4. Energía por sección de la iglesia

En la Tabla 6.4 se muestra el cálculo de  $E_{m\acute{a}x}^d$  y de  $E^e$  de la iglesia completa y de cada una de sus secciones. Las operaciones están hechas de acuerdo a las Ecs. 5.4, 4.23 y 4.27, respectivamente. De los trece modos seleccionados se observa que el primero tiene la mayor  $E^e$  y  $E_{m\acute{a}x}^d$ . Entonces, tanto las demandas de resistencia y deformación provendrán de la respuesta del modo 1. Por eso es importante que este modo esté presente en los macroelementos. Por otro lado, la sección de la nave es la que recibe la mayor parte de ambas energías. De la energía de entrada de la iglesia, la sección de la fachada recibe el 28.6%, la nave el 62.2% y el ábside el 9.2%.

**Tabla 6.4. Cálculo de energías considerando los modos importantes de la iglesia**

Modo <i>n</i>	$\omega^2$	$\Gamma$	$U_{n,m\acute{a}x}$ [m]	$E(T_n)$ [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	$E_{n,m\acute{a}x}^d$ [kN - m]	$E_n^e$ [kN - m]	$F_{e_n}^{fach}$	$F_{e_n}^{nave}$	$F_{e_n}^{abs}$	$E_n^{fach}$ [kN - m]	$E_n^{nave}$ [kN - m]	$E_n^{abs}$ [kN - m]
1	1633.8	30.26	0.00834	0.06678	52.02	61.14	0.2786	0.6492	0.0722	17.03	39.69	4.41
3	2614.6	4.20	0.00523	0.03883	0.63	0.68	0.8254	0.1169	0.0578	0.56	0.08	0.04
5	3114.4	4.54	0.00370	0.04531	0.44	0.94	0.7490	0.1187	0.1324	0.70	0.11	0.12
6	4345.7	-15.63	0.00197	0.01764	2.06	4.31	0.1773	0.5020	0.3206	0.76	2.16	1.38
9	6119.3	4.06	0.00200	0.01424	0.20	0.23	0.2579	0.6896	0.0525	0.06	0.16	0.01
11	7519.4	-3.90	0.00156	0.01102	0.14	0.17	0.3298	0.5263	0.1441	0.06	0.09	0.02
12	7616.3	-9.52	0.00153	0.01121	0.81	1.02	0.3730	0.3282	0.2988	0.38	0.33	0.30
15	9622.2	3.64	0.00093	0.0074	0.06	0.10	0.4728	0.3233	0.2039	0.05	0.03	0.02
20	12899.0	5.05	0.00063	0.00274	0.06	0.07	0.4655	0.2547	0.2797	0.03	0.02	0.02
23	14563.0	-5.17	0.00056	0.00207	0.06	0.06	0.3350	0.3944	0.2707	0.02	0.02	0.02
26	16755.0	-7.86	0.00046	0.00146	0.11	0.09	0.1001	0.8471	0.0526	0.01	0.08	0.00
61	37384.0	-4.49	0.00018	0.00015	0.01	0.01	0.1885	0.3654	0.4459	0.00	0.00	0.00
63	39035.0	4.94	0.00017	0.00013	0.01	0.00	0.1574	0.4106	0.4318	0.00	0.00	0.00
Suma					56.61	68.82				19.67	42.78	6.36

Para objeto de comparación, en la Fig. 6.6 muestra la historia de energías  $E^{eg}$ ,  $E^e$ ,  $E^{et}$  y  $E^d$  de la iglesia obtenidas a través de un análisis *DPP* con 200 modos de vibrar. Se ha localizado el punto donde sucede  $E_{m\acute{a}x}^d$ , el cual se presenta a los 4.27 s y es de 52.72 kN-m.  $E^{eg}$  es constante una vez que se aplica todo el peso y su valor es de 3.02 kN-m.  $E^e$  resulta de 70.20 kN-m, que al sumarse con  $E^{eg}$  da  $E^{et} = 73.21$  kN-m. Las porciones de energía que le corresponden a cada sección de la iglesia son: 19.62 kN-m para la fachada, 42.75 kN-m para la nave y 6.34 kN-m para el ábside.



**Figura 6.6. Energías de la iglesia obtenidas a través de un análisis *DPP*.**

Al comparar los resultados de la Tabla 6.4 y del análisis *DPP*, se tiene que, el sólo considerar las energías de los trece modos de vibrar con mejor correlación se tiene una buena aproximación con las de incluir 200 modos; dichos resultados se muestran en la Fig. 6.6. Por ejemplo, tomando como base los resultados del análisis *DPP*, la  $E^e$  de la iglesia, obtenida en la Tabla 6.4, resulta 2% menor. En cambio, la  $E_{m\acute{a}x}^d$  es 7% mayor. El hecho de que los resultados de la Tabla 6.4 estén alrededor del 90% de los obtenidos con el análisis *DPP* permite asegurar que se está trabajando con los modos significativos para la respuesta de la iglesia y que tienen que estar en los macroelementos.

### 6.2.5. Energía de entrada elástica por macroelemento

En esta parte del método se calcula las energías por macroelemento y se compara con sus respectivas secciones, de esta manera se corroborará que ambos modelos desarrollen la misma energía de entrada. En la Tabla 6.5 se muestra el desglose de las energías por modo de vibrar, por sección y macroelemento. No importa cuántas veces un modo se repita, sólo se tomará en cuenta una vez. Cuando un modo del macroelemento tiene correlación con varios modos de la iglesia, sólo significa que uno sólo puede representarlos.

La  $E^e$  para los macroelementos es: 19.48 kN-m para la Fachada, 65.76 kN-m para la Nave y 14.17 kN-m para el Ábside. Estos dos últimos fueron mayores a los que le correspondía como sección de la iglesia; la energía de la Nave fue 53.7% mayor y la del Ábside fue 122.8% mayor. En cambio, la energía del macroelemento Fachada fue 1% menor que la calculada por secciones. En resumen, la  $E^e$  de los macroelementos resultó mayor o, como mínimo, igual que cuando se consideran como elementos unidos. Entonces, los macroelementos representaran el estado más crítico de las partes estructurales de la iglesia, es decir, si cada uno de ellos puede soportar el sismo por separado, se puede asegurar que todas las partes unidas también lo harán.

En cuanto a  $E_{m\acute{a}x}^d$ , se tiene que la iglesia presenta un valor de 56.61 kN-m. De esta cantidad no se puede saber cuánto le corresponde a cada sección, por lo que no es posible compararla con la  $E_{m\acute{a}x}^d$  de los macroelementos, que resultaron en: 18.32 kN-m para la Fachada, 21.78 kN-m para la Nave y 6.86 para el Ábside.

Tabla 6.5. Cálculo de energías considerando los modos importantes de los macroelementos

Iglesia					Sección			Macroelemento					
fachada		nave		ábside	Fachada			Nave			Ábside		
Modo	$E_{n,máx}^d$	$E_n^{fach}$	$E_n^{nave}$	$E_n^{abs}$	Modo	$E_{n,máx}^d$	$E_n^e$	Modo	$E_{n,máx}^d$	$E_n^e$	Modo	$E_{n,máx}^d$	$E_n^e$
$n$	[kN – m]	[kN – m]	[kN – m]	[kN – m]	$n$	[kN – m]	[kN – m]	$n$	[kN – m]	[kN – m]	$n$	[kN – m]	[kN – m]
1	52.02	17.03	39.69	4.41	3	16.07	16.55	1	21.05	64.40	2	6.00	13.12
3	0.63	0.56	0.08	0.04	3	-	-	1	-	-	2	-	-
5	0.44	0.70	0.11	0.12	2	1.74	2.09	4	0.00	0.00	2	-	-
6	2.06	0.76	2.16	1.38	6	0.00	0.00	5	0.44	0.90	2	-	-
9	0.20	0.06	0.16	0.01	6	-	-	6	0.15	0.31	2	-	-
11	0.14	0.06	0.09	0.02	8	0.00	0.00	3	0.00	0.00	3	0.00	0.00
12	0.81	0.38	0.33	0.30	7	0.49	0.82	4	-	-	4	0.82	1.03
15	0.06	0.05	0.03	0.02	7	-	-	14	0.00	0.00	4	-	-
20	0.06	0.03	0.02	0.02	11	0.00	0.00	12	0.00	0.01	6	0.01	0.01
23	0.06	0.02	0.02	0.02	11	-	-	11	0.00	0.00	4	-	-
26	0.11	0.01	0.08	0.00	22	0.00	0.00	16	0.12	0.14	4	-	-
61	0.01	0.00	0.00	0.00	23	0.00	0.00	32	0.00	0.00	16	0.03	0.01
63	0.01	0.00	0.00	0.00	17	0.02	0.02	42	0.01	0.00	16	-	-
Suma	56.61	19.67	42.78	6.36		18.32	19.48		21.78	65.76		6.86	14.17

Para corroborar los resultados de la Tabla 6.5 con los del análisis *DPP* considerando 100 modos de cada macroelementos, se hace una comparación de las distintas energías. Para iniciar dicha confrontación de resultados, en la Fig. 6.7 se muestra el comportamiento de  $E^e$  de los macroelementos y el punto del análisis donde se presenta  $E_{máx}^d$  obtenidos con el análisis *DPP*.

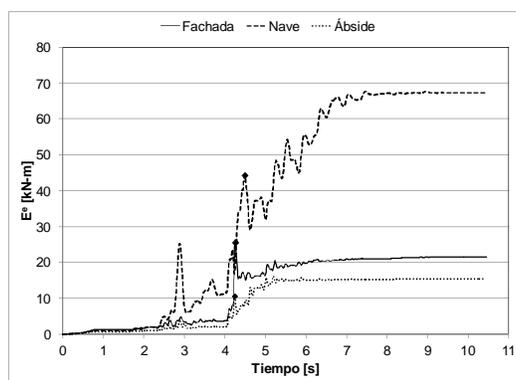


Figura 6.7.  $E^e$  y  $E_{máx}^d$  de los macroelementos

Los valores de  $E^e$ , que resultaron del análisis *DPP*, para los macroelementos Fachada, Nave y Ábside son: 20.24 kN-m, 66.23 kN-m y 14.61 kN-m, respectivamente. Las energías obtenidas en la Tabla 6.5 con trece modos resultaron ser: 3.8%, 0.7% y 3.0% menores que estas. Esto significa que, considerando únicamente los modos de mejor correlación de cada macroelemento, se tiene prácticamente la misma  $E^e$  que con 100 modos. Debido a la proximidad de resultados se puede decir que no hay algún modo en particular, que sea importante para la respuesta, que no se haya incluido.

Continuando con el análisis de la Fig. 6.7, se tiene que el tiempo donde sucede  $E_{máx}^d$  de los macroelementos Fachada, Nave y Ábside son: 4.26 s, 4.49 s y 4.25 s, respectivamente. Estos son los puntos críticos donde probablemente los modelos pueden empezar a sufrir daño y prácticamente se presentan al mismo tiempo. Los valores de las energías resultaron en: 17.23 kN-m, 21.18 kN-m y 6.53 kN-m. Haciendo una comparación de los resultados de  $E_{máx}^d$  se tiene que los de la Tabla 6.5 son mayores que los del análisis *DPP*; en el caso de la Fachada lo es con el 6.3%, en el de la Nave con el 2.8% y en el del Ábside con el 5.1%.

### 6.2.6. Evaluación del daño de la iglesia a través de sus macroelementos

En este paso se determinan la  $E^i$  y el daño de los macroelementos a través de un análisis dinámico no-lineal paso a paso (*DNL*). El programa que se utiliza para analizar los modelos es el ANSYS (2013). El elemento que se usó es SOLID65, el cual considera el material como tipo concreto, cuyo comportamiento está definido por el modelo de falla William y Warnke (1975). En la Fig. 6.8 se muestran las curvas  $E^i$  de cada macroelemento. Además, se han agregado tres puntos a cada curva para mostrar el inicio de daño por tensión (I.D.T.), el de compresión (I.D.C) y la falla (Falla). Al último punto se le ha relacionado con la falla del sistema porque en ese instante el modelo de análisis presentaba diversos problemas numéricos o comportamientos atípicos que referían problemas de solución. Por ejemplo, la Nave después de deformarse lateralmente regresaba a un estado sin desplazamientos y ya no se movía. Esto porque había concentraciones de deformaciones y esfuerzos en una zona local de la bóveda. Lo mismo pasó con el Ábside en la zona del arco triunfal y, con la Fachada en la parte del coro. Además, se pudo confirmar de que después de la falla,  $E^i$  incrementaba indefinidamente. Por lo que, el criterio con base en energía propuesto para identificar la falla de un sistema, funciona.

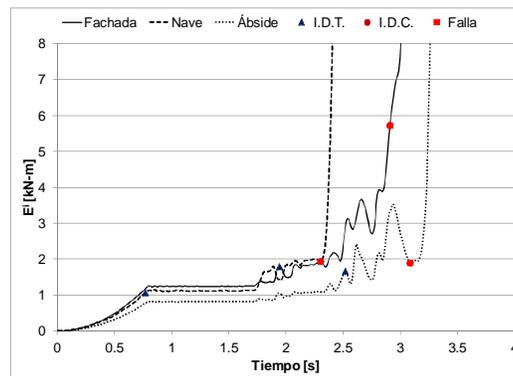
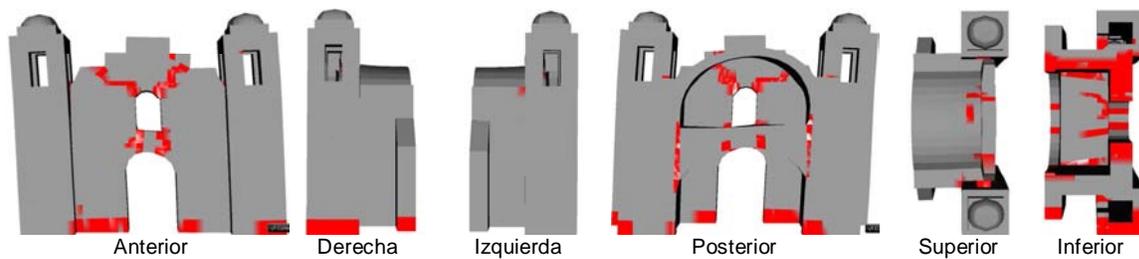


Figura 6.8.  $E^i$  de los macroelementos

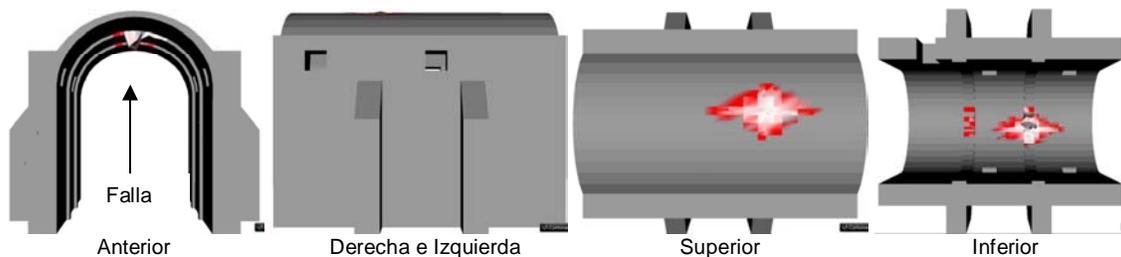
De la Fig. 6.8 se puede apreciar que las fallas de los macroelementos se presentaron en distintos tiempos de análisis. Coincidentemente, estas sucedieron después de que se presentaron daños por compresión del material (I.D.C.) y antes de que se presentarán las  $E_{m\acute{a}x}^d$ . Es importante hacer notar que se considera que un sismo no se detiene si una estructura falla, por lo que el análisis debe continuar hasta terminar. De acuerdo a los tiempos de falla, durante el sismo el macroelemento Nave fallaría primero, después la Fachada y, al final, el Ábside. El modelo del macroelemento Nave muestra problemas numéricos a los 2.30 s por deformaciones excesivas locales en una zona de la bóveda. A los 2.91 s el macroelemento Fachada empieza a tener grandes desplazamientos en uno de los apoyos laterales del coro. Tiempo después, a los 3.08 s, el Ábside empieza tener deformaciones excesivas en el arco triunfal.

En las Figs. 6.9, 6.10 y 6.11 se muestran los estados de daños, al momento de la falla, de los macroelementos en diferentes perspectivas (vista superior, anterior, posterior, derecha e izquierda). El agrietamiento en los elementos se representa con color rojo y el material “sano” en gris. Las grietas pueden presentarse en una, dos o tres direcciones y en diferentes grados en cada nodo de los elementos; para representar esto, el color rojo varía de un rojo intenso (poco daño) a uno más claro (completamente dañado). Por ejemplo, la Fachada falla debido a las grietas que aparecieron entre los huecos de la puerta y de la ventana, y por el agrietamiento del coro donde se apoya en los muros. Prácticamente el macroelemento se divide en dos partes, pero la unión del coro con el muro frontal evita que ocurra. Las torres no sufrieron daños importantes, sólo tuvieron leves grietas en el basamento y en el campanario. Esta falla coincide con una de las observadas por Celestino (2003) y establecida como daño típico del macroelemento Fachada.



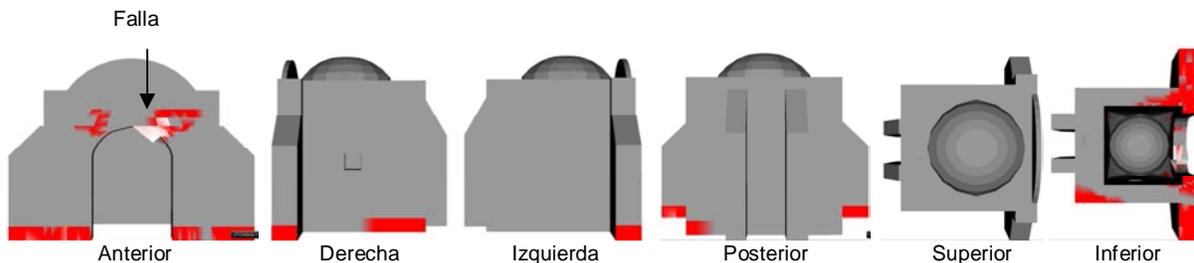
**Figura 6.9. Daño del macroelemento Fachada**

La falla del macroelemento Nave se presenta por el daño en el intradós de una zona de la bóveda, específicamente en uno de los arcos fajones (Fig. 6.10). Este es el tipo de falla que condicionó el análisis del modelo y no se pudo encontrar la falla global de la Nave, para compararla con los daños obtenidos por Celestino (2003).



**Figura 6.10. Daño del macroelemento Nave**

La falla del macroelemento Ábside también es local y se presenta en el hueco de la puerta del arco triunfal (Fig. 6.11). Prácticamente toda la base del arco triunfal sufre agrietamiento por el desplazamiento lateral del Ábside. Esta configuración de daño del arco triunfal del Ábside se puede ver en la Tabla 3.4 de Celestino (2003).



**Figura 6.11. Daño del macroelemento Ábside**

La Tabla 6.6 muestra los tiempos, los valores que se tienen al momento de la falla de  $E^e$ ,  $E^i$ ,  $E^h$ , y de las relaciones  $E^i/E^e$  y  $E^h/E^i$ . Como se sabe,  $E^h$  refleja el grado de daño. Por tanto, de los  $E^h$  mostrados por la Tabla 6.6, todo indica que el macroelemento Fachada sufrió mucho mayor daño que los otros macroelementos. Pero hay que recordar que la falla de la Fachada fue más global y el de los demás fue local, por eso el mayor valor de  $E^h$ . Por otro lado, comparando la relación  $E^i/E^e$  se puede observar que  $E^e$  incrementó 19% para la Fachada, 6% para la Nave y 13% para el Ábside; la Fachada tuvo el mayor incremento porque su daño fue mayor. Como ya se sabe, siempre que existe un daño en este tipo de estructuras hay un incremento de la energía elástica. La relación  $E^h/E^i$  muestra la porción de  $E^i$  que se disipó por daño. De lo cual podemos decir que el 61% de  $E^i$  de la Fachada fue disipada por  $E^h$ . Para la Nave resultó 16% y para el Ábside el 24%. Ninguno de los parámetros  $E^i/E^e$  y  $E^h/E^i$  pueden ayudar a establecer una relación entre energías. Se tendrían que hacer más estudios para llegar a una regla que indique el grado en que una energía varía con respecto a otra.

**Tabla 6.6. Comparación de las energías al momento de la falla de los macroelementos**

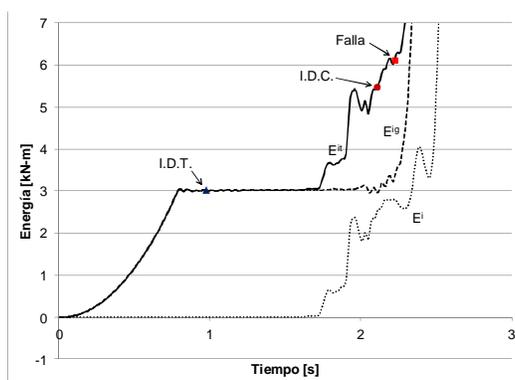
Modelo	Tiempo de Falla [s]	$E^e$ [kN – m]	$E^i$ [kN – m]	$E^h$ [kN – m]	$E^i/E^e$	$E^h/E^i$
Fachada	2.91	4.80	5.71	3.51	1.19	0.61
Nave	2.30	1.81	1.93	0.31	1.06	0.16
Ábside	3.08	1.66	1.87	0.45	1.13	0.24

Al final, a través de los resultados de los macroelementos, se concluye que la iglesia no soportará el sismo. Con la ventaja, con respecto al de analizar la iglesia completa, de que resultó más fácil conocer y analizar el daño que lleva a la falla a cada parte de la iglesia.

### 6.2.7. Comparación de los resultados del método con los del análisis de la iglesia completa

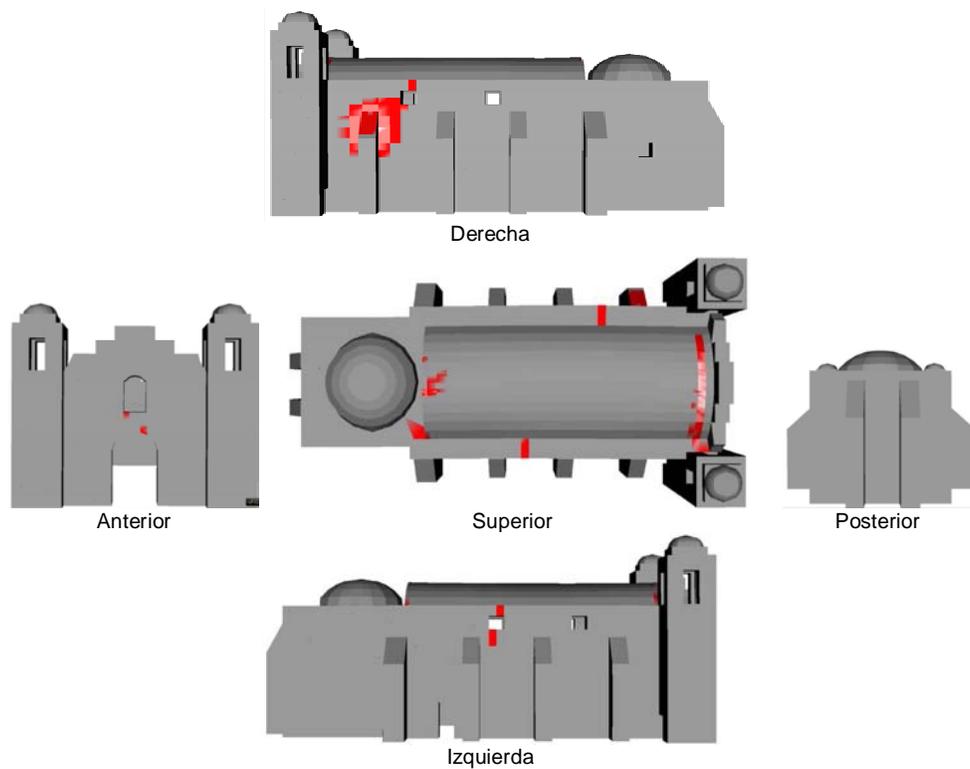
En este apartado se ha realizado un análisis *DNL* para determina la  $E^i$  y el daño de la iglesia completa. Estos resultados se compararán con los obtenidos a partir del método propuesto. En la Fig. 6.12 se muestran  $E^{it}$ ,  $E^i$ ,  $E^{ig}$  y los tres puntos: I.D.T., I.D.C. y Falla. El criterio para determinar el punto de falla se consideró cuando  $E^{ig}$  empieza a incrementar. Además, esta condición se corroboró revisando los estados de esfuerzos y la deformada del modelo.

De acuerdo con la Fig. 6.12 la iglesia falla a los 2.22 s, mucho antes de que termine el análisis y de que se presente  $E_{máx}^d$ . Cabe hacer notar que la falla es local, relacionada con el daño del arco toral de la nave y que ocurrió momentos después de que empezó el aplastamiento del material (I.D.C.). Quizás el análisis podría continuar si se desea; sin embargo, la mayoría de la energía de entrada que se obtendría sería por el comportamiento vertical de los elementos que se dañaron, ya que es mucho mayor que la propia energía de entrada que genera el sismo.



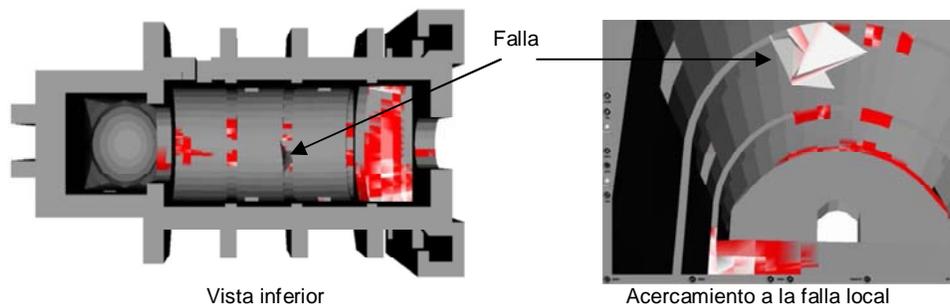
**Figura 6.12. Energías que resultaron del análisis de la iglesia completa**

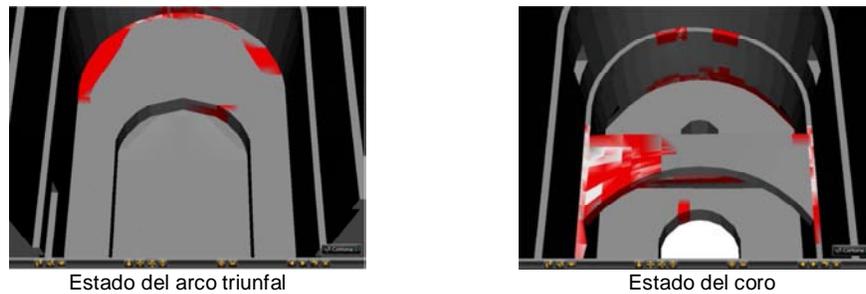
En la Fig. 6.13 se muestra el estado de daño exterior de la iglesia al momento de la falla (2.22 s). Se puede apreciar que la fachada sufrió menos daño; por supuesto, si se compara con el resto de la iglesia (Fig. 6.13, anterior). La fachada y el ábside son mucho más rígidos que la nave, lo que provoca que ésta sufra mayores desplazamientos y haya concentración de daño en las conexiones con dichas partes de la iglesia (Fig. 6.13 superior). El agrietamiento de los muros laterales de la nave (Fig. 6.13, vista derecha) se debe a la flexión lateral de la misma nave. La concentración de daño del muro derecho (Fig. 6.13, derecha) es a causa de la losa del coro, que se está desprendiendo.



**Figura 6.13. Mapa de daños de la iglesia**

Un recorrido por dentro de la iglesia se hizo con el fin de conocer el estado estructural de la iglesia. La falla del modelo se debió al daño excesivo del arco toral de la nave (Fig. 6.14). La deformación excesiva de algunos elementos del arco hace que los estados de esfuerzos se incrementen en la zona donde se encuentran, generando que  $E^{\beta}$  incremente exponencialmente. Además de ubicar la zona de falla (arco toral de la nave), se revisó el estado del interior de la iglesia, específicamente, el arco triunfal, el intradós de la nave y el coro. El arco triunfal muestra agrietamiento en la unión con la bóveda, la nave en los arcos torales y, el coro en su losa (Fig. 6.14). La losa del coro tiene semejanza a una viga de sección variable de gran peralte y longitud relativamente corta, entonces, considerando que estos tipos de elementos generalmente sufren daños por cortante, se puede explicar porque el coro sufre daños en las conexiones con los muros de la nave (Fig. 6.14). Es importante mencionar que todos los daños descritos pueden encontrarse en los mecanismos identificados por Celestino (2003); por ejemplo, el daño del coro, las grietas longitudinales de la nave, la grieta diagonal de la fachada (pero más desarrollada) y las grietas del arco triunfal del ábside.





**Figura 6.14.** Falla por el colapso parcial de una parte del intradós de la nave; vista inferior y recorrido dentro de la iglesia.

Al comparar los daños encontrados por los macroelementos con los de la iglesia completa, se tiene que los primeros resultaron mayores a los segundos. Hay que tomar en cuenta que la iglesia tuvo problemas de solución en algunos elementos de la nave, haciendo que el análisis se detuviera y evitando que las demás partes del edificio llegaran a la falla. Sin embargo, la falla de la iglesia (2.22 s) prácticamente se presenta al mismo tiempo que la del macroelemento Nave (2.30 s). Además, coinciden en que ambas fallas se debieron al daño del arco toral de la nave. La ventaja con el método propuesto es que el uso de los macroelementos permitió conocer el colapso de las otras partes de la iglesia, porque el análisis de cada una de ellas se hizo de forma independiente.

En la Tabla 6.7 se comparan las energías desarrolladas por los macroelementos y la iglesia completa. En general, todas las relaciones  $E^i/E^e$  de los macroelementos fueron mayores que el de la iglesia. Por ejemplo, la  $E^e$  de la iglesia incrementó 1% al momento de fallar, resultando menor al 6% del macroelemento Nave, al 19% de la Fachada y al 13% del Ábside. Por otro lado, la iglesia tuvo una relación  $E^h/E^i$  de 0.24, igual el macroelemento Ábside. Esto indica que el 24% de  $E^i$  de ambos es energía disipada por daño; sin embargo, el  $E^h$  de la iglesia es mayor. Si sumamos la energía que resulta de todos los macroelementos podemos ver que  $E^e$  incrementó el 15% y el 45% de  $E^i$  es energía disipada por daño ( $E^h$ ). Estos resultados son mayores a los de la iglesia, porque hubo mayor daño en los macroelementos.

**Tabla 6.7.** Comparación de las energías de falla de la iglesia y sus macroelementos

Modelo	Tiempo de Falla [s]	$E^e$ [kN – m]	$E^i$ [kN – m]	$E^h$ [kN – m]	$E^i/E^e$	$E^h/E^i$
Iglesia	2.22	6.07	6.11	1.46	1.01	0.24
Fachada	2.91	4.80	5.71	3.51	1.19	0.61
Nave	2.30	1.81	1.93	0.31	1.06	0.16
Ábside	3.08	1.66	1.87	0.45	1.13	0.24
Suma	-	8.27	9.51	4.27	1.15	0.45

### 6.3. Comentarios del capítulo

La viabilidad de usar el método propuesto es que es posible hacer el análisis por partes de la iglesia. Con lo cual se puede ir observando la secuencia de cómo va fallando cada parte que la compone. Además, los problemas numéricos de un macroelemento no influyen en los análisis de otros macroelementos.

## 7. Evaluación del daño de una iglesia típica de Puebla a escala

Se evaluará un modelo a escala de una iglesia, el cual se sometió a una excitación dinámica sobre una mesa vibradora. El objetivo de este estudio es evaluar la respuesta sísmica y obtener los daños a través del método propuesto en esta tesis y compararlos con los del ensaye. Este caso se seleccionó debido a que es un modelo a escala de una iglesia del Estado de Puebla y por la disponibilidad de información; como características dinámicas del modelo, propiedades mecánicas del material, configuración de daño y datos numéricos de la respuesta.

### 7.1. Modelo experimental en mesa vibradora

#### 7.1.1. Descripción y propiedades del modelo

En la Fig. 7.1 se muestra una perspectiva del modelo ensayado sobre la mesa vibradora del Instituto de Ingeniería de la Universidad Autónoma Nacional de México. Dicho modelo está basado en una de las iglesias de Puebla. El modelo se escaló con el propósito de ajustar sus dimensiones a las de la mesa vibradora (Chávez, 2010), las cuales se muestran en la Fig. 7.2. Para reproducir el comportamiento de la mampostería, se usaron materiales y aparejo similares a las que poseen las iglesias de Puebla. Además, fue la única manera en que se pudieron obtener las propiedades mecánicas mediante ensayos experimentales a compresión (Chávez, 2010). En la tabla 7.1 se detallan las propiedades del material que se usaron en el modelo numérico.

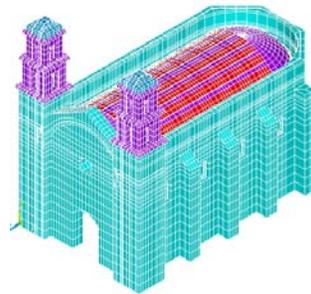


Figura 7.1. Modelo del edificio ensayado en la mesa vibradora (Chávez, 2010)

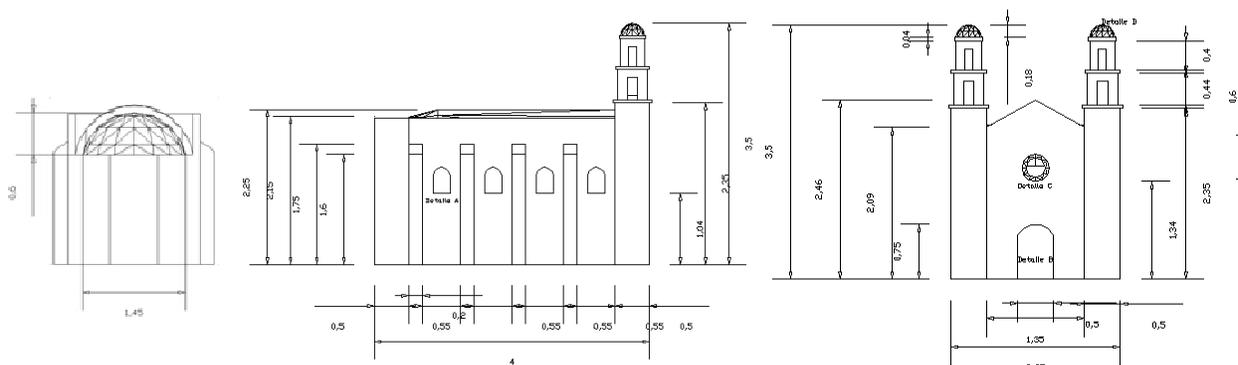


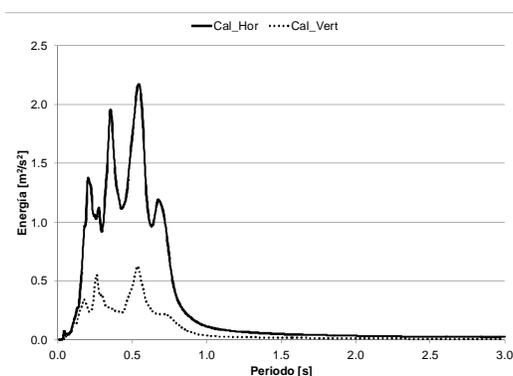
Figura 7.2. Dimensiones del modelo de ensayo (Chávez, 2010)

**Tabla 7.1. Propiedades mecánicas del material para el modelado numérico de la iglesia**

	Tipo de Mampostería		Unidades
	Piedra	Ladrillo	
Elementos estructurales y/o arquitectónicos	Fachada Nave Ábside	Bóveda Campanario	
Densidad	1800	1550	kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Young	442	540	Mpa
Resistencia compresión	1.28	3.93	Mpa
Resistencia tensión	0.09	0.28	Mpa
Coefficiente de Poisson	0.30	0.30	

### 7.1.2. Movimiento sísmico de demanda

Chávez (2010) buscó un sismo a modo de que el pico de mayor amplitud del respectivo espectro de respuesta fuera muy cercano al periodo fundamental del modelo y le produjera el mayor daño posible. Con esa base, se seleccionó el sismo registrado en Michoacán el 19 de septiembre de 1985, en la estación “Caleta de Campos” (*Cal*), con magnitud 8.1 y aceleración máxima para los componentes horizontal y vertical de 1.17 m/s<sup>2</sup> (0.12g) y 0.97 m/s<sup>2</sup> (0.10g), respectivamente. En la Fig. 7.3 se muestran los dos espectros de energía de los registros seleccionados. Ambos espectros tienen varios picos de energía, pero los máximos están alrededor del período de 0.5 s.



**Figura 7.3. Espectros de energía de entrada de la componente vertical y horizontal del registro Caleta de Campos (*Cal*)**

Durante las pruebas, el registro sísmico fue escalándose de tal manera de moderar el daño del modelo y poderlo reparar para continuar haciendo ensayos. El caso aquí estudiado corresponde al ensayo donde se aplicó el 60% del sismo *Cal*, con una aceleración máxima de 0.07g horizontal y de 0.06g vertical. Al someter el modelo a este registro se tuvo un daño considerable, pero sin colapso de algunas de las partes del edificio; el campanario de la torres izquierda se dañó en la base y las grietas se propagaron en áreas aledañas a esta zona.

### 7.1.3. Daños del modelo experimental

En la Fig. 7.4 se muestran los daños del ensayo en la mesa vibradora que serán utilizados como referencia para compararlos con los que se obtengan de la evaluación estructural usando el método propuesto. En general, se puede ver que el mayor daño se concentra en el lado izquierdo del modelo. El daño hace suponer que la torre izquierda trataba de separarse de la fachada, generando una grieta que debilitó el muro izquierdo de la nave. Por eso el muro derecho tuvo un daño diferente al izquierdo, según se aprecia de sus configuraciones de grietas (Figs. 7.4a y b); el daño del muro derecho ocurrió cerca del ábside. La inclinación de la grieta refiere esfuerzos de tensión por comportamiento a cortante. Por otro lado, las grietas que aparecen en el muro izquierdo por flexión fuera del plano, en las dos crujías intermedias de la nave, empiezan a definir la transición de rigidez entre contrafuertes (Fig. 7.4a). Este tipo de daño fue observado en iglesias que estudió Celestino (2003).

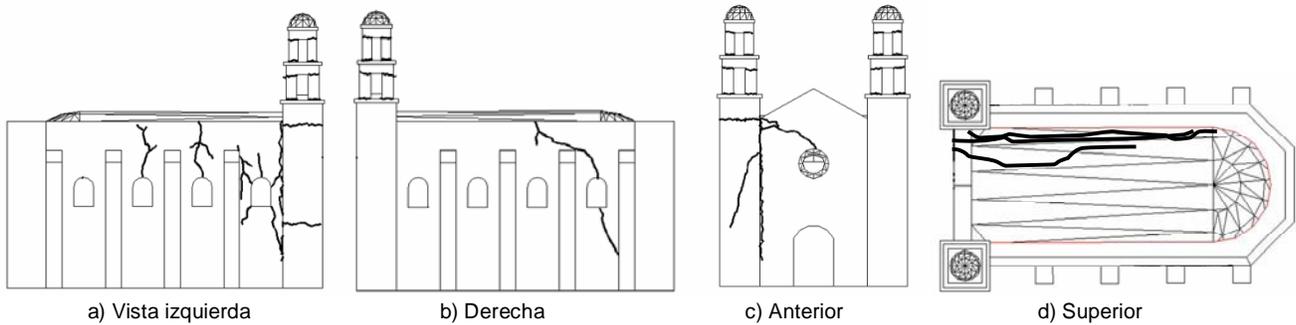


Figura 7.4. Daños del ensayo del modelo en la mesa vibradora (Chávez, 2010)

La Fig. 7.4c muestra la separación de la torre izquierda y el posible colapso del campanario, esto por la grieta que cruza horizontalmente la torre. La separación de la torre del muro izquierdo puede deberse a la baja resistencia de unión entre ambos elementos y a la transición geométrica. Es interesante apreciar de la vista en planta del modelo (Fig. 7.4d), que las grietas en el arranque y riñones de la bóveda hacen que se separen la torre y el muro izquierdo del resto de la estructura. Esto debería haber provocado el colapso de la bóveda, ya que se pierde capacidad de apoyo en uno de sus arranques; sin embargo, esto no sucedió. Probablemente la bóveda queda sostenida por una parte de la fachada y el ábside, por lo que estructuralmente depende de ellos. Uno de los criterios para el análisis por macroelementos, es que cada parte de la iglesia debe tener un comportamiento independiente una de la otra, que en este caso parece que no se cumple. Por ejemplo, si la fachada y el ábside se separan de la nave, ésta debe tener la capacidad de auto soportarse. Lo mismo debería pasar si la fachada y el ábside pierden continuidad con el resto de la iglesia.

## 7.2. Evaluación del modelo a través del método propuesto

### 7.2.1. Preseccionamiento del modelo

Se hace un análisis del modelo completo para identificar los periodos y formas de los modos más importantes de acuerdo con la cantidad de masa que se concentra en ellos. Se toman los primeros 100 modos, ya que con éstos se tiene 90% de la masa total ( $mt$ ). De la Fig. 7.5a se puede ver que para la dirección transversal, el modo que contribuye con la mayor masa es el 1; para la dirección vertical es el 2. El modo 1 sólo representa el 77.6% de  $mt$  en la dirección transversal y, el modo 2 el 32% de  $mt$  en la vertical. Por lo tanto, es necesario considerar adicionalmente otros modos que aporten masas hasta alcanzar el 90%. En la Fig. 7.5b se muestran los modos que aportan masas mayores a 0.5%; se puso como limite este valor para delimitar el numero de modos en el caso de la dirección vertical. Los modos en la dirección transversal son: 1, 4, 5, 14, 18, 20, 26, 45 y 59. En la vertical son: 2, 12, 13, 16, 21, 25, 27, 29, 47, 49, 53, 55 y 71.

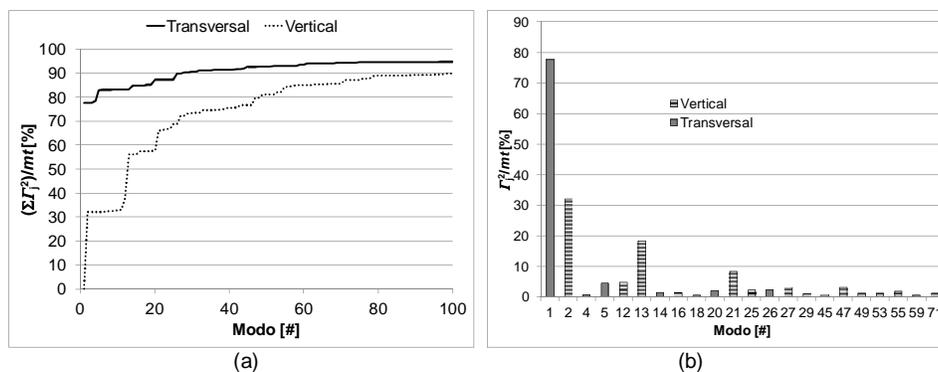


Figura 7.5. Porcentaje de masa acumulada considerando los primeros 100 modos en la dirección vertical y transversal del modelo

De acuerdo con el aspecto arquitectónico y estructural, la iglesia se dividió en tres secciones, fachada (azul), nave (verde) y ábside (morado), Fig. 7.6.

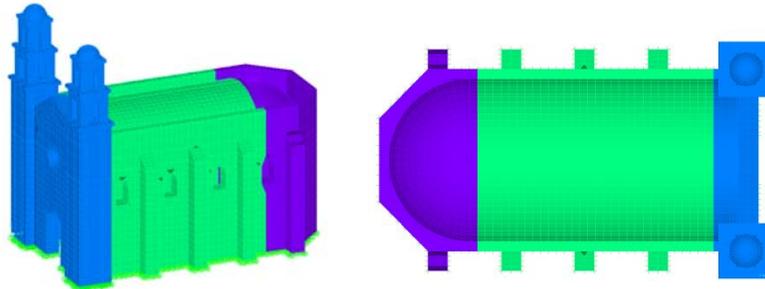


Figura 7.6. Seccionamiento de la iglesia: fachada, nave y ábside

Usando la Ec. 3.7, en la Fig. 7.7 se puede observar como quedaron esquemáticamente distribuidos los modos que tuvieron  $M_j^{sección}$  mayores a 0.7. Exceptuando los modos 6, 7 y 8, que pertenecen a la fachada, los demás modos rigen el comportamiento de la nave. Por otro lado, se encontró que no existe algún modo que sea particular al ábside. Entonces, de acuerdo al esquema la iglesia puede dividirse sólo en fachada y nave, si así se desea.

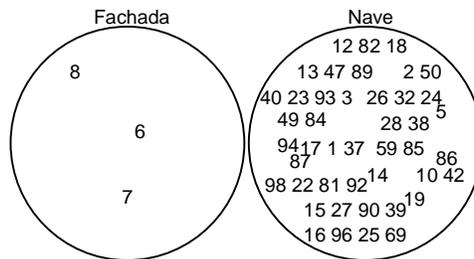


Figura 7.7. Modos asociados particularmente a cada sección de la iglesia.

### 7.2.2. Propuesta y revisión modal de los macroelementos

Se tomarán las secciones definidas en el apartado anterior y se separarán para crear macroelementos. Después se verifica si los macroelementos que se han definido son adecuados para evaluar la iglesia completa. En la Fig. 7.8 se muestran los macroelementos y las secciones de la iglesia a comparar. Se toman 100 modos del macroelemento Fachada, Nave y Ábside y, se comparan con los 100 modos de la iglesia completa.

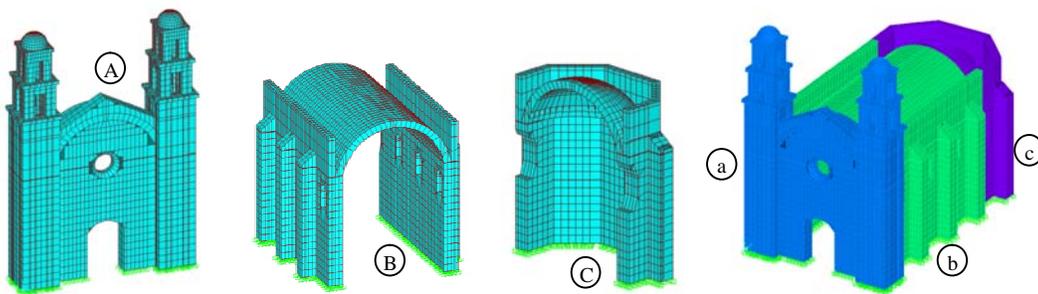


Figura 7.8. Modelos a comparar A-a, B-b y C-c

En la Tabla 7.2 se presentan las mayores correlaciones entre los modos de los macroelementos y los de la iglesia, en la dirección transversal. Uno de los modos más importantes que debe ser reproducido por los macroelementos es el 1. La forma de este modo tuvo una correlación alta con el modo 3 del macroelemento Fachada y con el 1 de la Nave, pero no con el Ábside. Por lo tanto, el Ábside quizás no pueda tener el mismo comportamiento que cuando está adjunto al resto de la iglesia. El macroelemento Fachada presentó algo muy particular, el periodo del modo 3 es 50% menor que el modo 1 de la iglesia. Generalmente los periodos de los macroelementos son mayores, porque quedan aislados del resto de la iglesia. Si se tratara de incrementar el periodo del macroelemento Fachada, sería necesario aumentar su tamaño; Sin embargo, debido la tabla de daños hecha por

Celestino (2003), si no existe coro la fachada se daña en la unión con la nave. Además, si le agregáramos una parte de la nave a la fachada, quizás incrementaría su periodo, pero las formas modales cambiarían por la flexibilidad de la sección de la nave y las correlaciones bajarían.

**Tabla 7.2. Correlación entre los modos importantes de la iglesia y de los macroelementos: dirección transversal**

Iglesia	Fachada	Correl.	Nave	Correl.	Ábside	Correl.
0.1473 (1)	<b>0.0732 (3)</b>	<b>0.8152</b>	<b>0.3713 (1)</b>	<b>0.9805</b>	0.1161 (1)	0.7203
0.0674 (4)	<b>0.0732 (3)</b>	<b>0.9748</b>	0.1315 (4)	0.7666	0.0361 (5)	0.6500
0.0594 (5)	0.1249 (2)	0.6136	<b>0.0673 (6)</b>	<b>0.8454</b>	0.1161 (1)	0.4824
0.0379 (14)	<b>0.0399 (8)</b>	<b>0.9276</b>	0.0417 (11)	0.6174	0.0361 (5)	0.4846
0.0314 (18)	0.0399 (8)	0.4808	0.0376 (15)	0.5668	0.0249 (7)	0.4003
0.0286 (20)	0.0399 (8)	0.5515	0.0376 (15)	0.3243	0.0361 (5)	0.5326
0.0253 (26)	0.0222 (12)	0.7294	0.0275 (22)	0.5084	0.0172 (14)	0.5601
0.0186 (45)	<b>0.0213 (13)</b>	<b>0.8050</b>	0.0185 (41)	0.6960	0.0172 (14)	0.3852
0.0155 (59)	0.0213 (13)	0.4069	0.0162 (50)	0.6499	0.0172 (14)	0.3166

En la Tabla 7.3 se muestran los modos de los macroelementos con mejor correlación con los modos de la iglesia en la dirección vertical. En este caso el modo más importante es el 2 y sólo fue reproducido por los macroelementos Nave y Ábside, pero no por la Fachada. En general, las correlaciones que se tuvieron en el caso de la Fachada son altas, comparadas con las de los otros dos macroelementos, pero ninguna fue mayor a 0.8.

**Tabla 7.3. Correlación entre los modos importantes de la iglesia y de los macroelementos: dirección vertical**

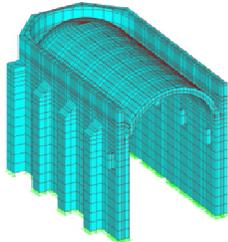
Iglesia	Fachada	Correl.	Nave	Correl.	Ábside	Correl.
0.0922 (2)	0.0560 (4)	0.5058	<b>0.1347 (3)</b>	<b>0.9050</b>	<b>0.0601 (3)</b>	<b>0.8596</b>
0.0389 (12)	0.0291 (9)	0.7158	0.0436 (10)	0.7054	0.0266 (6)	0.7153
0.0380 (13)	0.0199 (14)	0.3276	0.0408 (12)	0.4133	0.0180 (11)	0.2391
0.0331 (16)	0.0248 (11)	0.7323	0.0463 (9)	0.4233	0.0601 (3)	0.5892
0.0284 (21)	0.0291 (9)	0.7755	0.0286 (21)	0.5408	0.0266 (6)	0.4296
0.0256 (25)	0.0291 (9)	0.6714	0.0271 (23)	0.1547	0.0601 (3)	0.3052
0.0252 (27)	0.0291 (9)	0.7897	0.0286 (21)	0.3995	0.0201 (10)	0.3764
0.0240 (29)	0.0291 (9)	0.6352	0.0230 (32)	0.3641	0.0266 (6)	0.4092
0.0179 (47)	0.0199 (14)	0.4226	0.0184 (42)	0.3455	0.0174 (13)	0.3118
0.0174 (49)	0.0163 (17)	0.4830	0.0184 (42)	0.6394	0.0162 (15)	0.2212
0.0170 (53)	0.0248 (11)	0.5448	0.0230 (32)	0.2567	0.0174 (13)	0.6912
0.0166 (55)	0.0163 (17)	0.6908	0.0230 (32)	0.3603	0.0180 (11)	0.3713
0.0142 (71)	0.0159 (18)	0.4155	0.0146 (56)	0.4142	0.0132 (17)	0.3861

En resumen, en el sentido horizontal quizás el macroelemento Ábside no pueda reproducir el comportamiento de la parte correspondiente de la iglesia (Fig. 7.8). Es el mismo caso para la Fachada en el sentido vertical.

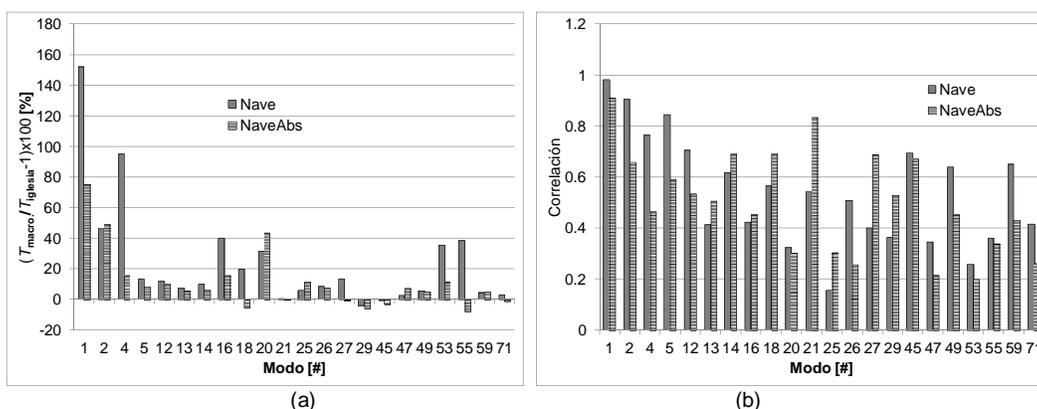
### 7.2.3. Corrección de macroelementos

En este apartado se trata de corregir los periodos del macroelemento Nave agregando el Ábside. Esto da lugar al macroelemento NaveAbs, el cual está formado por la nave, un muro testero poligonal y una semi-cúpula. En la Tabla 7.4 se muestra el macroelemento NaveAbs y las correlaciones más altas que se obtuvieron. Se puede ver que solo hay una correlación mayor a 0.8 en la dirección transversal y otra en la dirección horizontal del modelo. El modo 1 del macroelemento se mantuvo con correlación mayor a 0.8 en la dirección transversal, pero la correlación del modo 2 de la iglesia, en la dirección vertical, bajo a 0.6576; el modo 2 es el que contiene más masa y algún modo del macroelemento Nave debería correlacionarlo con un valor mayor a 0.8. En lugar de esto, el modo 21 tuvo la correlación de 0.8338.

**Tabla 7.4. Correlación entre los modos importantes de la iglesia y de los macroelementos: dirección vertical**

	Transversal			Vertical		
	Iglesia	Macroel.	Correl.	Iglesia	Macroel.	Correl.
	<b>0.1473 (1)</b>	<b>0.2577 (1)</b>	<b>0.9117</b>	0.0922 (2)	0.1375 (2)	0.6576
	0.0674 (4)	0.0781 (4)	0.4657	0.0389 (12)	0.0428 (8)	0.5338
	0.0594 (5)	0.0643 (5)	0.5907	0.0380 (13)	0.0401 (11)	0.5072
	0.0379 (14)	0.0402 (10)	0.6911	0.0331 (16)	0.0383 (12)	0.4517
	0.0314 (18)	0.0297 (16)	0.6922	<b>0.0284 (21)</b>	<b>0.0285 (19)</b>	<b>0.8338</b>
	0.0286 (20)	0.0410 (9)	0.3009	0.0256 (25)	0.0286 (18)	0.3031
	0.0253 (26)	0.0272 (22)	0.2556	0.0252 (27)	0.0251 (25)	0.6885
	0.0186 (45)	0.0180 (45)	0.6726	0.0240 (29)	0.0225 (32)	0.5304
	0.0155 (59)	0.0163 (50)	0.4330	0.0179 (47)	0.0192 (38)	0.2150
	-	-	-	0.0174 (49)	0.0183 (43)	0.4516
	-	-	-	0.0170 (53)	0.0189 (40)	0.1997
	-	-	-	0.0166 (55)	0.0153 (55)	0.3377
	-	-	-	0.0142 (71)	0.0140 (63)	0.2611

En la Fig. 7.9a se hacen comparaciones de los periodos de los modos con mejor correlación, de los macroelementos Nave y NaveAbs. Para mostrar la aproximación de los periodos, se dividió el del macroelemento entre el de la iglesia ( $T_{macro.}/T_{iglesia}$ ); entre más cercano a 0 sea el valor de la relación  $(T_{macro.}/T_{iglesia} - 1) * 100$ , los periodos son más próximos. Por ejemplo, el modo 1 del macroelemento Nave es mayor 152% al de la iglesia, pero el macroelemento NaveAbs resultó 75 % mayor, hubo una ligera mejora del periodo en el segundo caso. En el modo 2 los dos macroelementos dieron prácticamente el mismo periodo, pero fueron 49% mayores que el de la iglesia. En general, todos los periodos del macroelemento NaveAbs fueron más cercanos a los de la iglesia. Sin embargo, al momento de cotejar las correlaciones (Fig. 7.9b), se observó que las del macroelemento Nave eran mejores que las del NaveAbs. Los modos importantes de la iglesia son el 1 y 2, por lo que deben ser reproducidos por los macroelementos. El hecho de que en el macroelemento NaveAbs el modo 2 tuviera una correlación menor a 0.8, se decidió mejor dejar la Nave sin el ábside.



**Figura 7.9. a) Comparación de los periodos de los macroelementos Nave y NaveAbs con respecto a los de la iglesia y b) comparación de las mejores correlaciones de los dos casos**

### 7.2.4. Energía de entrada por sección de la iglesia

En las Tablas 7.5 y 7.6 se muestra el cálculo de  $E_{m\acute{a}x}^d$  y de la energía de entrada del sismo aplicado en la dirección transversal ( $E^e$ ) y vertical ( $E^{ev}$ ) de la iglesia completa y de cada una de sus secciones. Las energías se determinaron de acuerdo a las Ecs. 5.4, 4.23 y 4.27. De los nueve modos seleccionados en la dirección transversal (Tabla 7.5) se observa que el modo 1 tiene las mayores  $E^e$  y  $E_{m\acute{a}x}^d$ . En cambio en la dirección vertical es el modo 2. Entonces, tanto las demandas de resistencia y deformación lateral del modelo provendrán del

modo 1 y, verticalmente del modo 2. Por eso es importante que estos dos modos estén presentes en los macroelementos. En cuanto a las secciones de la iglesia, tanto horizontal como verticalmente, la nave es la que recibe la mayor parte de  $E^e$  y  $E_{m\acute{a}x}^d$ . De la energía de entrada transversal de la iglesia, la sección de la fachada recibe el 9.3%, la nave el 87.0% y el ábside el 3.7%. En cambio, de la energía vertical la nave tiene el 96.8% y el resto de las secciones el 1.6%.

**Tabla 7.5. Cálculo de energías considerando los modos importantes en la dirección transversal de la iglesia**

Modo <i>n</i>	$\omega^2$	$\Gamma$	$U_{n,m\acute{a}x}$ [m]	$E(T_n)$ [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	$E_{n,m\acute{a}x}^d$ [kN – m]	$E_n^e$ [kN – m]	$F_{e_n}^{fach}$	$F_{e_n}^{nave}$	$F_{e_n}^{abs}$	$E_n^{fach}$ [kN – m]	$E_n^{nave}$ [kN – m]	$E_n^{abs}$ [kN – m]
1	1819.1	-1.276	0.00487	0.37896	0.035	0.617	0.0948	0.8677	0.0375	0.058	0.535	0.023
4	8679.2	-0.122	0.00078	0.04479	0.000	0.001	0.4391	0.5134	0.0475	0.000	0.000	0.000
5	11177.0	-0.309	0.00060	0.03982	0.000	0.004	0.0172	0.9248	0.0581	0.000	0.004	0.000
14	27552.0	0.179	0.00034	0.03938	0.000	0.001	0.0453	0.9057	0.0490	0.000	0.001	0.000
18	40160.0	-0.103	0.00013	0.00529	0.000	0.000	0.2359	0.6970	0.0672	0.000	0.000	0.000
20	48224.0	-0.206	0.00010	0.00278	0.000	0.000	0.1164	0.5888	0.2948	0.000	0.000	0.000
26	61694.0	0.225	0.00007	0.00145	0.000	0.000	0.0234	0.9580	0.0186	0.000	0.000	0.000
45	114700.0	-0.122	0.00004	0.00020	0.000	0.000	0.2920	0.5057	0.2023	0.000	0.000	0.000
59	163560.0	0.107	0.00003	0.00008	0.000	0.000	0.2550	0.7025	0.0425	0.000	0.000	0.000
Suma					0.035	0.623				0.058	0.540	0.023

**Tabla 7.6. Cálculo de energías considerando los modos importantes en la dirección vertical de la iglesia**

Modo <i>n</i>	$\omega^2$	$\Gamma$	$U_{n,m\acute{a}x}$ [m]	$E(T_n)$ [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	$E_{n,m\acute{a}x}^d$ [kN – m]	$E_n^e$ [kN – m]	$F_{e_n}^{fach}$	$F_{e_n}^{nave}$	$F_{e_n}^{abs}$	$E_n^{fach}$ [kN – m]	$E_n^{nave}$ [kN – m]	$E_n^{abs}$ [kN – m]
2	4647.0	0.821	0.00138	0.08828	0.003	0.059	0.0177	0.9680	0.0143	0.001	0.058	0.001
12	26087.0	-0.313	0.00016	0.00824	0.000	0.001	0.0090	0.9752	0.0158	0.000	0.001	0.000
13	27359.0	-0.622	0.00016	0.00772	0.000	0.003	0.0197	0.9636	0.0167	0.000	0.003	0.000
16	35929.0	-0.169	0.00012	0.00438	0.000	0.000	0.0882	0.8772	0.0346	0.000	0.000	0.000
21	48984.0	0.420	0.00010	0.00230	0.000	0.000	0.3725	0.5363	0.0912	0.000	0.000	0.000
25	60440.0	-0.214	0.00006	0.00170	0.000	0.000	0.1130	0.8318	0.0552	0.000	0.000	0.000
27	62327.0	0.260	0.00006	0.00161	0.000	0.000	0.1931	0.7493	0.0577	0.000	0.000	0.000
29	68397.0	-0.157	0.00005	0.00134	0.000	0.000	0.1531	0.6265	0.2204	0.000	0.000	0.000
47	123040.0	0.257	0.00003	0.00039	0.000	0.000	0.1641	0.7547	0.0812	0.000	0.000	0.000
49	130050.0	-0.166	0.00003	0.00035	0.000	0.000	0.0428	0.9279	0.0293	0.000	0.000	0.000
53	136300.0	-0.159	0.00003	0.00031	0.000	0.000	0.2474	0.5843	0.1683	0.000	0.000	0.000
55	143000.0	0.202	0.00002	0.00028	0.000	0.000	0.1805	0.5116	0.3079	0.000	0.000	0.000
71	196630.0	0.168	0.00002	0.00011	0.000	0.000	0.0664	0.6616	0.2721	0.000	0.000	0.000
Suma					0.003	0.063				0.001	0.062	0.001

Para conocer la diferencia de las energías  $E^e$ ,  $E^{ev}$ ,  $E_{m\acute{a}x}^d$  calculadas con las Tablas 7.5 y 7.6 de la iglesia y sus secciones, se obtuvieron las energías considerando los primeros 100 modos de vibrar del modelo, a la cual se le llamará caso *AN100m*. Del caso *AN100m*,  $E^e$  resultó de 0.633 kN-m,  $E^{ev}$  de 0.068 kN-m y  $E_{m\acute{a}x}^d$  de 0.042 kN-m; todas provienen de aplicar los sismos en las dos direcciones. Al comparar los resultados de la Tabla 7.5, 7.6 y del caso *AN100m*, se tiene que, el sólo incluir las energías de los modos con mejor correlación se tiene una buena aproximación con las de considerar 100 modos. Por ejemplo, tomando como base los resultados del caso *AN100m*, la  $E^e$  en la dirección transversal y vertical de la iglesia, obtenidas en las Tabla 7.5 y 7.6, resultan 1.6% y 7.4% menores. Con respecto a  $E_{m\acute{a}x}^d$ , si se suman los resultados de las dos direcciones (Tablas 7.5 y 7.6) nos da 0.038 kN-m, la cual resulta también menor, pero con el 9.5%. El hecho de que los resultados sumados de las Tablas 7.5 y 7.6 estén alrededor del 90% de los obtenidos con el caso *AN100m*, permite asegurar que se está trabajando con los modos importantes de la iglesia y de los macroelementos.

### 7.2.5. Energía de entrada elástica por macroelemento

En esta parte del método se calcula las energías por macroelemento y se compara con las respectivas secciones que representan, de esta manera se corroborará que macroelementos y secciones desarrollen la misma energía de entrada. En las Tablas 7.7 y 7.8 se muestra el desglose de las energías por modo de vibrar, por sección, macroelemento y para cada acelerograma por separado. Al comparar las energías de los macroelementos con las de las secciones, se puede apreciar que el macroelemento Fachada sufre 77.6% menos demanda de energía en la dirección transversal que la sección fachada de la iglesia. Por el contrario, el macroelementos Nave es 135.2% que la respectiva sección. El macroelemento Ábside tuvo la misma energía que la sección que caracteriza. En cuanto a la energía de deformación máxima, para la iglesia es de 0.035 kN-m, esto es mucho menor que la  $E_{n,máx}^d$  de la Nave, que es de 0.209 kN-m. Los macroelementos Fachada y Ábside tuvieron una  $E_{n,máx}^d$  de 0.001 kN-m cada uno. Probablemente el macroelemento Nave empezará a fallar primero que los otros macroelementos debido a su alta  $E_{n,máx}^d$ .

**Tabla 7.7. Cálculo de energías considerando los modos importantes de los macroelementos en la dirección transversal**

Iglesia		Sección				Macroelemento							
		fachada	nave	ábside	Fachada			Nave			Ábside		
Modo	$E_{n,máx}^d$	$E_n^{fach}$	$E_n^{nave}$	$E_n^{abs}$	Modo	$E_{n,máx}^d$	$E_n^e$	Modo	$E_{n,máx}^d$	$E_n^e$	Modo	$E_{n,máx}^d$	$E_n^e$
<i>n</i>	[kN - m]	[kN - m]	[kN - m]	[kN - m]	<i>n</i>	[kN - m]	[kN - m]	<i>n</i>	[kN - m]	[kN - m]	<i>n</i>	[kN - m]	[kN - m]
1	0.035	0.058	0.535	0.023	3	0.001	0.009	1	0.209	1.270	1	0.001	0.021
4	0.000	0.000	0.000	0.000	3	-	-	4	0.000	0.000	5	0.000	0.002
5	0.000	0.000	0.004	0.000	2	0.000	0.001	6	0.000	0.000	1	-	-
14	0.000	0.000	0.001	0.000	8	0.000	0.003	11	0.000	0.000	5	-	-
18	0.000	0.000	0.000	0.000	8	-	-	15	0.000	0.000	7	0.000	0.000
20	0.000	0.000	0.000	0.000	8	-	-	15	-	-	5	-	-
26	0.000	0.000	0.000	0.000	12	0.000	0.000	22	0.000	0.000	14	0.000	0.000
45	0.000	0.000	0.000	0.000	13	0.000	0.000	41	0.000	0.000	14	-	-
59	0.000	0.000	0.000	0.000	13	-	-	50	0.000	0.000	14	-	-
Suma	0.035	0.058	0.540	0.023		0.001	0.013		0.209	1.270		0.001	0.023

**Tabla 7.8. Cálculo de energías considerando los modos importantes de los macroelementos en la dirección vertical**

Iglesia		Sección				Macroelemento							
		fachada	nave	ábside	Fachada			Nave			Ábside		
Modo	$E_{n,máx}^d$	$E_n^{fach}$	$E_n^{nave}$	$E_n^{abs}$	Modo	$E_{n,máx}^d$	$E_n^e$	Modo	$E_{n,máx}^d$	$E_n^e$	Modo	$E_{n,máx}^d$	$E_n^e$
<i>n</i>	[kN - m]	[kN - m]	[kN - m]	[kN - m]	<i>n</i>	[kN - m]	[kN - m]	<i>n</i>	[kN - m]	[kN - m]	<i>n</i>	[kN - m]	[kN - m]
2	0.003	0.001	0.058	0.001	4	0.000	0.000	3	0.002	0.037	3	0.000	0.000
12	0.000	0.000	0.001	0.000	9	0.000	0.000	10	0.000	0.000	6	0.000	0.000
13	0.000	0.000	0.003	0.000	14	0.000	0.000	12	0.000	0.000	11	0.000	0.000
16	0.000	0.000	0.000	0.000	11	0.000	0.000	9	0.000	0.000	3	-	-
21	0.000	0.000	0.000	0.000	9	-	-	21	0.000	0.000	6	-	-
25	0.000	0.000	0.000	0.000	9	-	-	23	0.000	0.000	3	-	-
27	0.000	0.000	0.000	0.000	9	-	-	21	-	-	10	0.000	0.000
29	0.000	0.000	0.000	0.000	9	-	-	32	0.000	0.000	6	-	-
47	0.000	0.000	0.000	0.000	14	-	-	42	0.000	0.000	13	0.000	0.000
49	0.000	0.000	0.000	0.000	17	0.000	0.000	42	-	-	15	0.000	0.000
53	0.000	0.000	0.000	0.000	11	-	-	32	-	-	13	-	-
55	0.000	0.000	0.000	0.000	17	-	-	32	-	-	11	-	-
71	0.000	0.000	0.000	0.000	18	0.000	0.000	56	0.000	0.000	17	0.000	0.000
Suma	0.003	0.001	0.062	0.001		0.000	0.000		0.002	0.037		0.000	0.000

Prácticamente toda la energía vertical recae en el macroelemento Nave. Esto mismo pasa como sección. Al comparar la energía de entrada del macroelemento Nave, se puede apreciar que es 40% menor que la de la

sección que representa. Los macroelementos Fachada y Ábside, prácticamente no desarrollan energía de entrada vertical.

Para verificar los resultados de las Tablas 7.7 y 7.8 que incluyen la energía de los modos con mejor correlación (*Macro\_mc*), se calculó la energía de entrada de los macroelementos, pero esta vez considerando 100 modos (*Macro\_100*). Las energías de entrada vertical y transversal se suman para manejar un solo valor. En la Fig. 7.10 se colocaron la energía de entrada por sección junto a la de los casos *Macro\_mc* y *Macro\_100*. De dicha figura se puede apreciar que en el caso del macroelemento Nave se omitieron modos que contribuyen con energía. Es decir, si consideramos sólo los modos con mejor correlación tenemos una energía de entrada de 1.307 kN-m, esto es 44.1% menor que el de incluir 100 modos. Para la iglesia, 9 modos en la dirección transversal y 13 en la dirección vertical son importantes para obtener una respuesta aproximada al de 100 modos. En cambio, para el macroelemento Nave, no sólo son importantes los modos de mejor correlación con los de la iglesia, si no que existen otros modos que también influyen en la respuesta y en la energía. Por estas diferencias de energías, las bajas correlaciones y las variaciones en los periodos, probablemente el macroelemento Nave no tenga el mismo comportamiento que la sección correspondiente de la iglesia. Lo mismo se puede decir de la Fachada. Aunque el macroelemento Ábside desarrolló la misma energía, también tuvo correlaciones muy bajas con los modos importantes en la dirección transversal de la iglesia.

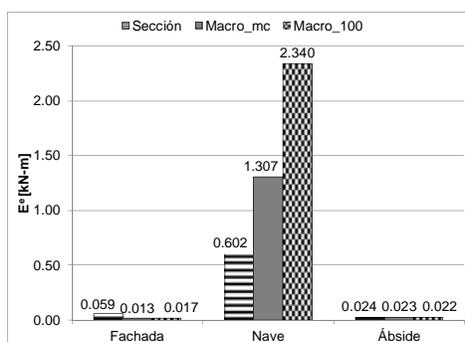


Figura 7.10. Comparación de las energías del macroelemento y de las secciones

### 7.2.6. Evaluación del daño de la iglesia a través de sus macroelementos

A pesar de saber que probablemente la iglesia no puede analizarse a través de macroelementos por las razones señaladas, se continúa con la aplicación del método. Por esto, en este apartado se determinan los daños y la energía de entrada inelástica de los macroelementos. Las fallas de los macroelementos Nave y Ábside se presentaron en distintos tiempos de análisis, como lo muestra la Fig. 7.11. De acuerdo con los resultados, el macroelemento Nave falló primero a los 10.20s, y después sucedió la del Ábside a los 39.26 s. La Fachada no tuvo problemas con el daño.

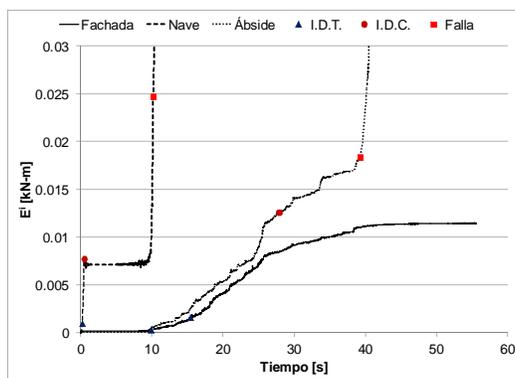
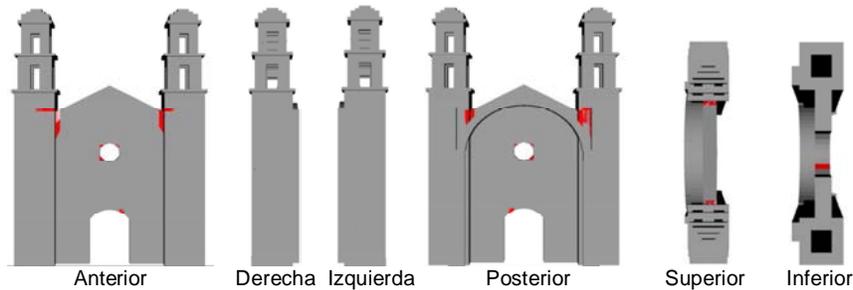
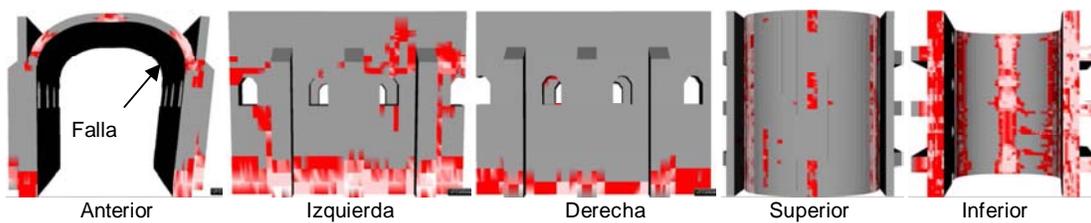


Figura 7.11. Energía de entrada de los macroelementos de la iglesia

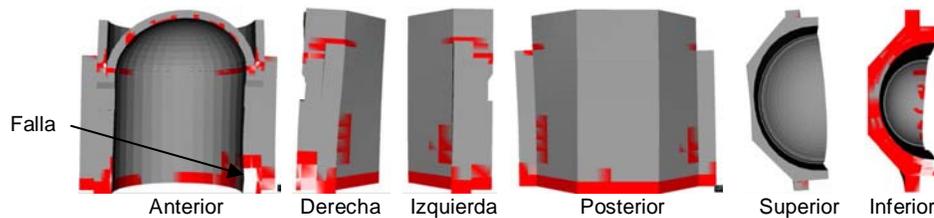
En las Figs. 7.12-7.14 se muestran los distintos daños, que en el caso de los macroelementos Nave y Ábside corresponden al estado de falla. El daño que presenta la Fachada es mucho menor que lo que presentó en el ensaye de la iglesia (Fig. 7.4c). El daño del macroelemento Nave sólo coincide en el daño del muro lateral izquierdo con el daño de la nave del modelo ensayado (Fig. 7.4a). El macroelemento Nave presenta tres líneas de grietas que pasan longitudinalmente sobre la clave y arranques de la bóveda. El agrietamiento de la clave se produjo primero, después se formaron las de los arranques. El modelo de ensayo sólo presentó una línea de grietas y fue en uno de los arranques de la bóveda (Fig. 7.4d). El daño del macroelemento Ábside no se parece al que muestra la Figs. 7.4a y 7.4b. De hecho, el modelo de ensayo no presentó ningún tipo de grietas. La falla del macroelemento Nave se produjo por el desprendimiento del muro derecho (Fig. 7.13, Anterior). En cambio, la falla del Ábside fue por la concentración de daño en la base del muro derecho, como lo muestra la Fig. 7.14, vista Anterior.



**Figura 7.12. Daño del macroelemento Fachada**



**Figura 7.13. Daño del macroelemento Nave**



**Figura 7.14. Daño del macroelemento Ábside**

La Tabla 7.9 muestra un resumen del tiempo en el que se presenta la falla, la  $E^e$ , la  $E^i$  y la  $E^h$  que se tiene en ese momento; además de las relaciones  $E^i/E^e$  y  $E^h/E^i$ . Comparando la relación  $E^i/E^e$  del macroelemento Fachada se puede observar que  $E^i$  no incrementó con respecto  $E^e$ . El poco daño de la Fachada se refleja también en la relación  $E^h/E^i$ , que es prácticamente cero. Todo esto indica que el macroelemento tuvo un comportamiento aproximadamente elástico, la razón sería que el daño fue tan poco que las características dinámicas del modelo prácticamente no cambiaron durante el análisis. Cuando las relaciones  $E^i/E^e$  de los macroelementos son menores que 1, indican que no pudieron soportar la demanda de fuerzas de deformación del sismo ( $E_{máx}^d$ ), como es el caso de la Nave y el Ábside. Por otro lado, como la  $E^h$  refleja la cantidad de energía disipada por daño, entonces el macroelemento Nave sufre mucho mayor daño que el Ábside, al momento de la falla.

**Tabla 7.9. Comparación de las energías al momento de la falla de los macroelementos**

<b>Modelo</b>	<b>Tiempo de Falla [s]</b>	$E^e$ [kN – m]	$E^i$ [kN – m]	$E^h$ [kN – m]	$E^i/E^e$	$E^h/E^i$
Fachada	no	0.011	0.011	0.001	1.00	0.00
Nave	10.20	0.036	0.025	0.021	0.69	0.84
Ábside	39.26	0.019	0.018	0.003	0.95	0.17

### 7.3. Comentarios del capítulo

Se ha evaluado el daño de un modelo a escala ensayado experimentalmente sobre una mesa vibradora. Al aplicar el método se pudo apreciar que toda la respuesta dinámica de la iglesia recaía en la nave y que estructuralmente los demás macroelementos eran dependientes de él, o viceversa. El concepto del macroelemento establece que las partes de las iglesias deben ser independientes entre sí. Por lo tanto, el modelo no podía ser analizado a través de macroelementos

Sin embargo, se continuó el análisis de la iglesia y al revisar los daños, se pudo observar que el macroelemento Fachada no sufrió mucho daño, contrario a lo que mostró la fachada del modelo de ensayo. La configuración de daños del macroelemento Nave fue relativamente diferente al que presentó la iglesia, con excepción del daño del muro izquierdo de ambos modelos, los cuales tenían cierto parecido. El macroelemento Ábside tuvo una concentración excesiva de esfuerzos en la base del muro lateral derecho, lo que no produjo en el modelo completo.

## 8. Conclusiones y recomendaciones

La división de la iglesia en macroelementos era un procedimiento muy subjetivo, para el cual no había un criterio establecido. Aquí se ha creado un método numérico que ayudará a entender las formas en las que las iglesias pueden dividirse en macroelementos. La primera parte del método es el seccionamiento; esto se hace considerando la función estructural o arquitectónica de cada pedazo en las que se dividirá la iglesia. Las secciones deben mantenerse unidas unas a otras para conocer el comportamiento de cada parte de la iglesia en contacto continuo unas con otras.

Se ha propuesto, una fórmula para identificar modos particulares a cada sección. Esto asegura que estos modos estén presentes en los macroelementos al momento de sus análisis. Se dice que un modo es particular a una determinada sección de la iglesia si este concentra más de 0.7 de la masa modal. En cambio, la correlación modal verifica que ciertos modos de la iglesia se presenten en los macroelementos. Esto indica en qué grado los modos de la iglesia son reproducidos por los macroelementos. Cuando existen correlaciones menores a 0.2, se dice que los modos de los macroelementos son muy diferentes a los de la iglesia. Además de estos parámetros es necesario verificar que los periodos de los modos de los macroelementos y de la iglesia con mejores correlaciones sean los más cercanos posibles. Si no lo son, es necesario corregir el o los macroelementos para tratar de que sean los más cercanos posibles, pero cuidando que las correlaciones modales no disminuyan.

Todo lo anterior asegura el buen comportamiento de los macroelementos. Pero todavía es necesario asegurar de que la demanda de energía de los macroelementos sea igual a la que desarrolla cada sección de la iglesia correspondiente. Antes de esta tesis, no se sabía la forma de distribuir la energía de entrada total de la iglesia en cada parte que la componía, era un procedimiento no estudiado, que se visualizaba ser largo y tedioso. Para resolverlo se propuso un factor de energía. La fórmula depende del número de modos considerados para el cálculo de energía. Entre más modos de vibrar se consideren, los resultados serán más próximos al de un análisis *DPP*.

La energía histerética es un buen indicador para cuantificar las incursiones al intervalo no-lineal de la estructura, y su mejor cualidad es que puede registrar pequeños o grandes daños, como tensión, compresión o cohesión. Su desventaja, es que no hace diferencia entre daño por tensión, por compresión, cortante, ya que combina la energía de todos. Sin embargo, se encontró que los daños por cohesión hacen que la energía histerética sea de valores muy grandes, mayores al de tensión y compresión, esto porque la energía disipada por cortante depende de los ciclos de comportamiento de la estructura. Las energías por daño a tensión y compresión son menores, porque las energías debajo de las curvas esfuerzo-deformación son limitadas. Aún no se tiene una fórmula sencilla para obtener la energía histerética de la iglesia. Las que existen están creadas a partir de datos estadísticos y son usadas específicamente para estructuras de marcos reticulares. Estas propuestas no funcionan para las iglesias. El comportamiento no-lineal de los marcos reticulares, generalmente están regidas por el comportamiento elasto-plástico. En cambio, en cada punto del modelo continuo de una iglesia, se pueden tener una diversidad de comportamientos del material.

Se ha encontrado la forma de identificar el punto de colapso en un análisis no lineal a través del concepto de energía. Cuando una estructura es lineal o estable durante un análisis dinámico la energía de entrada vertical no sufre cambios. Cuando esta energía empieza a incrementar o decaer a valores negativos se puede decir que la estructura empieza a ser inestable o a fallar. Se dice que cualquier fuerza restauradora en una estructura inestable, incrementa considerablemente los desplazamientos, esto se refleja en la energía de entrada vertical. Dependiendo de los daños que se tienen al momento de la falla del modelo y del criterio de falla de una iglesia real, se podrá establecer una correspondencia entre los dos tipos de falla. En esta tesis, no se trata de imponer criterios fijos para establecer la falla de casos reales, sólo se desea establecer una guía para determinar el estado estructural de las iglesias que ya no son confiables.

Todo lo anterior se ha puesto junto para crear un método que nos permita evaluar una iglesia completa. Básicamente es dividir la iglesia en macroelementos y evaluarlos a través del concepto de energía. Así, es posible entender mejor el comportamiento de las iglesias antes y después de dañarse.

El método propuesto para analizar iglesias funciona bien. Con el método es posible saber cuándo una estructura puede analizarse mediante macroelementos. El hecho de que en el caso del modelo de la mesa vibradora arrojó resultados diferentes se debe a que su configuración estructural no permite analizarla en macroelementos. Durante la aplicación del método se van encontrando detalles que van indicando si la iglesia puede analizarse por medio de macroelementos; por ejemplo, en los pocos modos particulares a las secciones de la iglesia. Además, si no se tienen correlaciones mayores a 0.8 entre los macroelementos y la iglesia, esto indica que los macroelementos no tendrán el mismo comportamiento de la iglesia. Aunado a lo anterior, los macroelementos presentan periodos menores a los de la iglesia, esto indica que es un macroelemento que no puede aislarse del resto de la iglesia. Por eso sólo se puede aplicar a iglesias que tengan partes estructuralmente independientes.

## **Recomendaciones para investigaciones futuras**

Existen diversos aspectos que no se han podido resolver en esta tesis que serán de interés en trabajos posteriores.

Debería de estudiarse con mayor detalle la energía de entrada inelástica, energía histerética y su relación con los distintos tipos de daño que las iglesias desarrollan. La gran cantidad de estudios sobre energía están enfocados en estructuras reticulares. El objetivo es crear alguna fórmula o relación que permita conocer la energía de entrada inelástica o histerética y poder cuantificar el daño estructural. Con esto se podrán crear índices de daños locales y globales basados en energía. Los índices de daños locales serán adecuados para los macroelementos y los globales para evaluar la iglesia completa.

Lamentablemente para llegar a esto, primero hay que hacer un estudio amplio para establecer las relaciones entre las distintas características no-lineales de la mampostería y la energía de entrada inelástica. El material de la mampostería generalmente está regido por múltiples leyes de comportamiento, por lo que aún no existe una relación directa entre los distintos parámetros de resistencia del material, todos combinados, y el valor de la energía de entrada inelástica.

## Referencias

- Akiyama H. (2003), "Metodología de proyecto sismorresistente de edificios basada en el balance energético", Editorial Reverte, 254 pág.
- Albanesi T., Nuti C. y Vanzi I., (2000), "A simplified procedure to assess the seismic response of nonlinear structures", *Earthquake Spectra*, 16(4), pp. 715-734
- Almanza R.E., (2009), "Edificios religiosos de los siglos XVII y XVIII", *Historia de la arquitectura en México: Época Virreinal*, Libro de Juan Luis Rodríguez Parga y Carlos Astorga Vega, Universidad Autónoma Nacional de México y Octavio Colmenares editores.
- Ambrosetti C., (1998), "Sul comportamento sismico di un modulo strutturale di un monumento ad arco: analisi numerica con modello ad attrito", Tesis Doctoral, Laboratorio Europeo de Evaluación Estructural (ELSA) del Grupo del Centro de Investigación (JRC), Ispra, Italia.
- Amiri J.V., Amiri G.G. y Ganjavi, B., (2008), "Seismic vulnerability assessment of multi-degree-of-freedom systems based on total input energy and momentary input energy responses", *Journal of Civil Engineering*, 35, pp. 41-56.
- Antoniou S. y Pinho R., (2004), "Advantages and limitations of adaptative and non-adaptative force based Pushover procedures", *Journal of Earthquake Engineering*, 8(4), pp. 497-522
- ANSYS, (2013), "Ansys 14.5: Systems and Multiphysics", Software ANSYS Inc., Canonsburg, PA, USA. ([www.ansys.com](http://www.ansys.com))
- Arroyo D. y Ordaz M., (2006), "Demandas de energía histerética en osciladores elastoplásticos sujetos a ruido blanco Gaussiano", *Revista de Ingeniería sísmica, México*, No. 074, pp. 103-138.
- Astorga C., (2009), "La arquitectura civil de los siglos XVII y XVIII", *Historia de la arquitectura en México: Época Virreinal*, Libro de Juan Luis Rodríguez Parga y Carlos Astorga Vega, Universidad Autónoma Nacional de México y Octavio Colmenares editores.
- Benedetti D., Carydis P. y Limongelli P., (2001), "Evaluation of the seismic response of masonry buildings based on energy functions", *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, 30, pp. 1061-1081
- Bernardini A., Modena C. y Vescovi, U. (1982), "An anisotropic biaxial failure criterion for hollow clay brick masonry", *International Journal of Masonry Construction*, 2(4), pp. 165-171
- Bićanić N., Stirling C. y Pearce C., (2002), "Discontinuous modelling of structural masonry", 5th World Congress on Computational Mechanics, Vienna, Austria, 18 pág.
- Billah K.Y. y Scanlan R.H. (1991), "Resonance, Tacoma Narrows bridge failure, and undergraduate physics textbooks", *Am. J. Phys.*, 59(2), pp. 118-124
- Calderini C. y Lagomarsino S., (2006), "A micromechanical inelastic model for historical masonry", *Journal of Earthquake Engineering*, 10(4), pp. 453-479
- Casolo S., Neumair S., Parisi M.A. y Vincenzo P., (2000), "Analysis of seismic damage patterns in old masonry church facades", *Earthquake Spectra*, 16(4), pp. 757-773
- Casolo S. y Peña F., (2007) "Rigid element model for in-plane dynamics of masonry walls considering hysteretic behaviour and damage", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 36(1), pp. 1029-1048

Castellanos H., (2004), “Efecto del agrietamiento en la respuesta sísmica de un templo colonial típico”, Tesis de Maestría en Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D.F., 79 pág.

Celestino Z., (2003), “Seguridad sísmica de templos coloniales”, Informe doctoral de Posgrado de Ingeniería, Instituto de Ingeniería, Universidad autónoma de Nacional de México (UNAM).

Chávez M., (2010), “Validación experimental de modelos analíticos para el estudio del comportamiento sísmico de estructuras históricas”, Tesis de Doctorado en Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D.F.

Chávez M. y Meli R., (2007), “Ensayo en mesa vibradora de un templo típico colonial”, Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Ixtapa-Zihuatanejo, México.

Chen W.F. y Han D.J., (1988), “Plasticity for structural engineers”, Springer-Verlag, Nueva York, Nueva York, EU

Chico-Ponce de León P.A. y Peraza M.T., (2000), “Arquitectura Y Urbanismo Virreinal”, UADY, Yucatán, México, 257 pág.

Chopra A.K., (2000): Dynamics of Structures - Theory and Application to Earthquake Engineering. 2a. Edición, Prentice Hall International, Inc.

Chopra A. y Goel R., (2002), “A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 31, pp. 561-582

Cluni F. y Gusella V., (2004), “Homogenization of non-periodic masonry structures”, International Journal of Solids and Structures, 41, pp. 1911–1923

Cruz M. y López O., (2001), “A constant displacement Iteration algorithm for nonlinear static Pushover analyses”, Tecnología y CONstrucción, 17(2), pp. 9-20

DDF (2004), “Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y Normas Técnicas Complementarias”, Diario Oficial de la Federación, México, D.F.

De Borst R., Feenstra P.H., Pamin J. y Sluys L.J., (1994), “Some current issues, in: Computational Mechanics of Concrete”, Modelado Computacional de Estructuras de Concreto, Editores H. Mang *et al*, Swansea, Reino Unido.

Decanini L.D., y Mollaioli F. (2001), “An energy-based methodology for the assessment of seismic demand”, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 21(1), pp. 113-137

Dhanasekar M., Page W. y Kleeman W., (1985), “Biaxial stress-strain relations for brick masonry”, Journal of Structural Engineering, 111(5), pp. 1085-1100

Dogliani F., Moretti A. y Petrini V., (1994), “Le chiese e il terremoto”, en Italiano, Grupo Nacional para la Defensa de Terremotos, Editora Lint, Trieste

Drysdale R.G., Hamid A.A., Baker L.R., (1994), “Masonry structures: Behavior and Design”, Prentice Hall. Inc., Nueva Jersey.

Escalante P., (2005), “Nueva historia mínima de México”, México, DF.: El colegio de México, 315 pág.

Fajfar P., (1999), "Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, (28), pp. 979-993.

Fajfar P. y Fishinger M., (1990), "A seismic design procedure including energy concept", Proc. 9th ECEE, Moscu, 2(1), pp. 312-321

Fajfar P. y Gaspersic P., (1996), "The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 25, pp. 31-46

Feenstra P.H., (1993), "Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete", Tesis, Universidad de Tecnología de Delft, Delft, Holanda

Feenstra P.H. y De Borst R., (1995), "A plasticity model and algorithm for mode-I cracking in concrete", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 38, pp. 2509-2529

Fernández R.A., (2009), "Arquitectura conventual en el siglo XVI", Historia de la arquitectura en México: Época Virreinal, Libro de Juan Luis Rodríguez Parga y Carlos Astorga Vega, Universidad Autónoma Nacional de México y Octavio Colmenares editores.

Fraser G., (2007), "Sanctuaries of Earth, Stone, and Light: The Churches of Northern New Spai, 1530-1821", Imprenta de la Universidad de Arizona, 461 pág.

Freeman S.A., (1995), "Recommended methodology for seismic evaluation and retrofit of existing concrete buildings", Consejo de Tecnología Aplicada (ATC-90)

Ganz H.R., (1985), "Masonry walls under normal force and shear", Reporte No. 148, Instituto de Ingeniería Estructural, Instituto Federal Suizo de Tecnología de Zurich (ETHZ), Zurich, Suiza.

Ganz H.R. y Thurlimann B., (1983). "Strength of brick walls under normal force and shear", Octavo Congreso Internacional de Mampostería de Carga, Londres, Reino Unido.

García N., (2007), "Funcionamiento y seguridad estructural de los templos conventuales del siglo XVI en México", Tesis de Doctorado en Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D.F., 95 pág.

García R. y García A., (1998), "Arcos, bóvedas y cúpulas", Curso introducción a la construcción arquitectónica, ETSA, Sevilla, España.

Gentile C. y Saisi A., (2007), "Ambient vibration testing of historic masonry towers for structural identification and damage assessment", Construction and Building Materials, 21, p.p. 1311-1321

Giedion S., (2009), "Espacio, tiempo y arquitectura: El futuro de una nueva tradición", Editorial Reverté, 864 pág.

Guerreiro L., Azevedo J., Proença J., Bento R. y Lopes, M., (2000), "Damage in ancient churches during the 9th of July 1998 Azores earthquake", 12a Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica, Auckland, Nueva Zelanda, Artículo 780.

Guevara N.A., (1993), "Conjunto conventual de San Agustín en Puebla", Tesis de Licenciatura, Facultad de Arquitectura, Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla, 159 pág.

Hamid A.A. y Drysdale R.G., (1982), "Proposed failure criteria for brick masonry under combined stresses", Segundo Congreso de Mampostería Norteamericana, Colegio Park, pp. 9.2-9.11.

- Heyman J., (2005), “El esqueleto de piedra: Mecánica de la arquitectura de fábrica”, Cambridge University Press, Reimpresión, 208 pág.
- Hernández E.A., (2007), “Diseño y Construcción de un Banco para el Análisis de las Vibraciones Autoexcitadas”, Tesis de Licenciatura en Ingeniería Mecánica, Escuela de Ingeniería y Ciencias, Departamento de Ingeniería Industrial y Mecánica, Universidad de las Américas, Puebla, 158 pág.
- Hernandez H. y Rodríguez J.L., (2009), “La ciudad de México y el desarrollo urbano virreinal”, Historia de la arquitectura en México: Época Virreinal, Libro de Juan Luis Rodríguez Parga y Carlos Astorga Vega, Universidad Autónoma Nacional de México y Octavio Colmenares editores.
- Hilsdorf H.K., (1969), “Investigation into the failure of brick masonry loaded in axial compression. Designing, Engineering, and constructing with masonry products”, Publicaciones Gulf , pp. 34-41.
- Hoffman O., (1967), “The brittle strength of orthotropic materials”, Journal Composite Materials, (1), pp. 200-206
- Hordijk D.A., (1991), “Local approach to fatigue of concrete”, Tesis, Universidad de Tecnología de Delft, Delft, Holanda
- Housner G.W., (1956), “Limit design of structures to resist earthquakes”, Proceedings of the World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, pp. 5:1–5:11.
- Huerta S., (1990), “Diseño estructural de arcos, bóvedas y cúpulas en España”, Tesis de Licenciatura en Arquitectura, Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España, 128 pág.
- Huerta S., (2004), “Arcos, bóvedas y cúpulas: Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica”, Instituto Juan de Herrera, Escuela Técnica Superior de Arquitectura, Madrid, España, 637 pág.
- Huerta B. y Reynoso E., (2002), “Espectros de energía de movimientos fuertes registrados en México”, Revista de Ingeniería Sísmica, No. 65, pp. 45-72
- Lagomarsino S., (1998a), “Seismic damage survey of the churches in Umbria”, Trabajos del Seminario sobre desempeño sísmico de Monumentos, Lisboa, pp. 167-176.
- Lagomarsino S., (1998b), “A new methodology for the post-earthquake investigation of ancient churches”, 11a Conferencia Europea de Ingeniería Sísmica, Balckema, Rotterdam
- Lagomarsino S. y Podestà S., (2004) “Seismic vulnerability of ancient churches: I. Damage assessment and emergency planning”, Earthquake Spectra, 20(2), pp. 377-394.
- Lagomarsino S., Podestà S. y Resemini S., (2002), “Seismic response of historical churches”, 12ª Conferencia Europea de Ingeniería Sísmica, Barbican Centre, Londres, Artículo 471.
- Lourenço P.B., (1996), “Computational strategies for masonry structures”, Facultad de Ingeniería de la Universidad de Delft, Editorial de la Universidad de Delft, Delft, Holanda.
- Marion J.B. (1995), “Dinámica clásica de partículas y sistemas”, Editorial Reverte, 650 pág.

Meli R., (2011), “Los conventos mexicanos del siglo XVI: Construcción, Ingeniería estructural y conservación”, Editores Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Ingeniería y Miguel Ángel Porrúa, México, DF, pp. 337

Meza J.R., Lozano J. y De Gante J., (2007), “Estudio dinámico de los elementos de un templo antiguo de la ciudad de Puebla”, XVI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Ixtapa-Zihuatanejo, Guerrero, Artículo VII-07.

Montoya M.C., (2009), “La arquitectura novohispana”, Historia de la arquitectura en México: Época Virreinal, Libro de Juan Luis Rodríguez Parga y Carlos Astorga Vega, Universidad Autónoma Nacional de México y Octavio Colmenares editores.

Morales H., (2004), “Análisis de la respuesta sísmica de un templo colonial típico en cruz latina”, Tesis de Maestría en Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D.F., 158 pág.

Naraine K. y Sinha S.N., (1991), “Cyclic behavior of brick masonry under biaxial compression”, Journal of Structural Engineering, ASCE, 117(5), pp. 1336-1355

Ocaña J.F., (2012), “De Arte Románico”, Amigos del Románico.

Ordaz M., Castellanos F. y Zapata A., (2005), Programa DEGTRA A4, Instituto de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F.

Orozco F., (2006): Historia de México. 18a. Edición, Panorama Editorial, México, D.F.

Page A.W., (1980), “A biaxial failure criterion for brick masonry in the tension-tension range”, International Journal of Masonry Construction, 1(1), pp. 26-29

Page A.W., (1981), “The biaxial compressive strength of brick masonry”, Colegio de Ingenieros Civiles., Segunda parte, (71), pp. 893-906.

Pijaudier-Cabot G., Borderie C.L.A. y Fichant, S., (1994), “Damage mechanics for concrete modeling: Applications and comparisons with plasticity and fracture mechanics, in: Computational modeling of concrete structures”, Editores H. Mang et al. y Pineridge, Swansea, Reino Unido, pp. 17-36.

Rodríguez J.L., (2009), “Materiales de construcción en la arquitectura de la Nueva España”, Historia de la arquitectura en México: Época Virreinal, Libro de Juan Luis Rodríguez Parga y Carlos Astorga Vega, Universidad Autónoma Nacional de México y Octavio Colmenares editores.

Samarasinghe W., (1980), “The in-plane failure of brickwork”, Tesis, Universidad de Edinburgo, Edinburgo, Reino Unido

Schellekens J.C.J. y De Borst, R., (1990), “The use of the Hoffman yield criterion in finite element analysis of anisotropic composites”, Computer and Structures, 37(6), pp. 1087-1096

Seim W., (1994), “Numerical modeling of the failure of biaxially loaded masonry walls with consideration of anisotropy”, Tesis, Universidad de Karlsruhe, Karlsruhe, Alemania

Sucuoglu H. y Nurtug A., (1995), “Earthquake ground motion characteristics and seismic energy dissipation”, Earthq. Eng. Struc. Dyn, 24(1), pp. 1195–1213

Teran-Gilmore A., Avila E. y Rangel G., (2003), "On the use of plastic energy to establish strength requirements in ductile structures", *Engineering Structures*, 25(1), pp. 965-980.

Tomažević M. y Lutman M., (1996), "Seismic behavior of masonry walls: modeling of hysteretic rules", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 122(9), pp. 1048-1054.

Torre E., (2006), "Notas de Análisis estructural no-lineal", Atlantic International University, North Miami, Florida, pp. 1-27.

Toussaint M., (1948), "Arte colonial en México". UNAM, México, D.F.

Van-Mier J.G.M., (1984), "Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions", Tesis, Universidad de Tecnología de Eindhoven, Eindhoven, Holanda.

Vonk R.A., (1992), "Softening of concrete loaded in compression", Tesis, Universidad de Tecnología de Eindhoven, Eindhoven, Holanda.

William K.J. y Warnke E.D., (1975), "Constitutive model for the triaxial model behavior of concrete", *Proceedings International Association for Bridge and Structural Engineering*, Vol. 19, ISMES, Bergamo, Italy, pp. 174.